

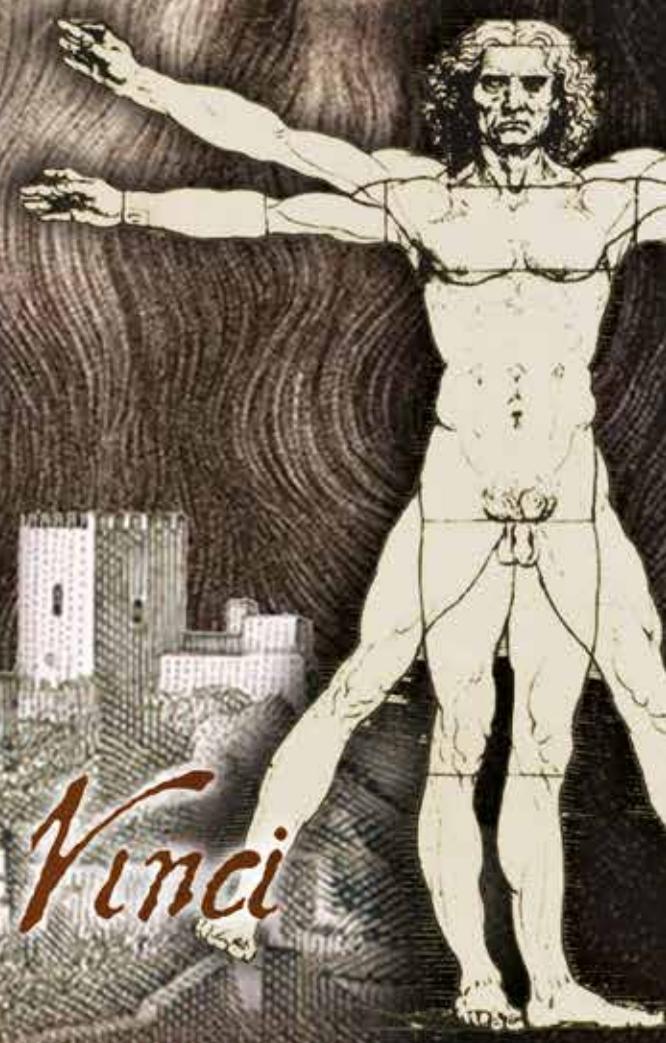
Pasaje a la Ciencia

I.E.S. Antonio de Mendoza

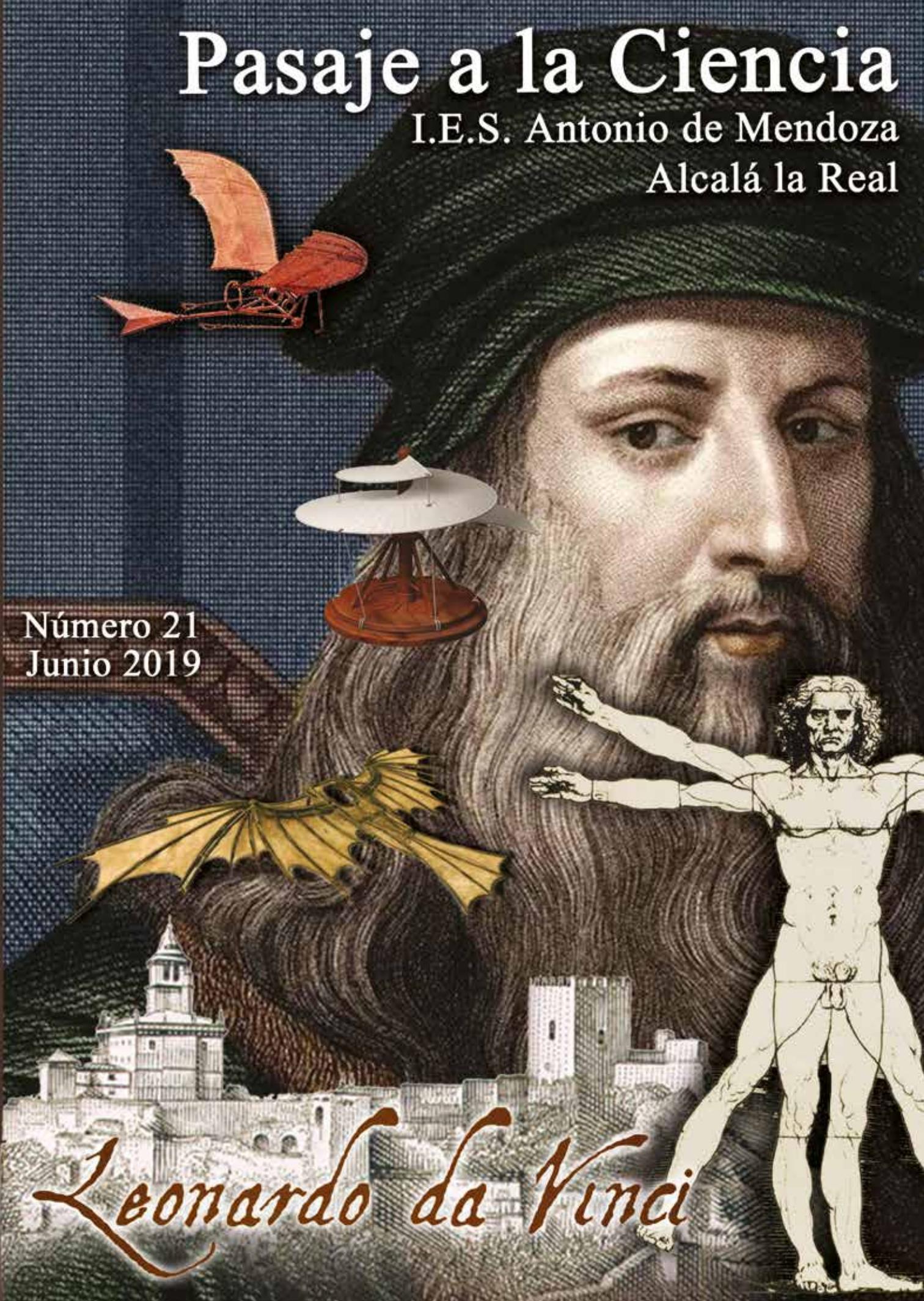
Alcalá la Real



Número 21
Junio 2019



Leonardo da Vinci



Coordinador:
Juan Manuel León Millán

Editores

Eva Aguilera Herrador. *Dpto. Biología y Geología.*
Antonio Heredia Rufián. (Jub.). *Dpto. Geografía e Historia.*
José Hidalgo Romero. *Director.*
Juan Manuel León Millán. *Dpto. Geografía e Historia.*
Patricia Pérez López. *Dpto. Biología y Geología.*
(*Todos, del IES Antonio de Mendoza, Alcalá la Real*)

Diseño de cubierta:

Federico Barquero Mesa. Gabinete de Diseño y Comunicación Visual del Ayto. de Alcalá la Real

Encargado de la Web:

Juan Francisco Ruiz Hidalgo (Dpto. Didáctica de las Matemáticas – Universidad de Granada)



Colabora:

Área de Cultura del Excmo. Ayuntamiento de Alcalá la Real.



JUNTA DE ANDALUCÍA
CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN Y CIENCIA

I.E.S. Antonio de Mendoza
Consejería de Educación
Pasaje del Coto s/n
23680 Alcalá la Real
D.L. J-268-2005
ISSN 1699-6305

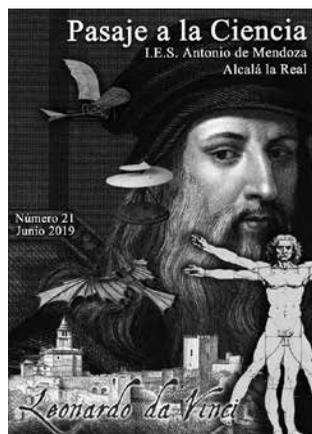
<http://www.pasajealaciencia.es>

Índice

Editorial	5
Aproximación a la mente de Leonardo da Vinci <i>Christian Gálvez</i> Escritor, miembro del Leonardo DNA Project y comisario de “Los rostros del genio”	7
Leonardo y la multidisciplinariedad de la ciencia <i>Rafael Lucena Rodríguez</i> Profesor del Departamento de Química Analítica. Universidad de Córdoba	25
El hombre de Vitruvio <i>Manuel Martínez Vela</i> Doctor en Bellas Artes y Catedrático de Dibujo (jubilado). IES Padre Manjón. Granada	27
Leonardo, el anatomista, sus contribuciones al desarrollo de la anatomía y la fisiología <i>Patricia Pérez López</i> Profesora de Biología y Geología. IES Antonio de Mendoza. Alcalá la Real	35
Leonardo y las plantas: de arte a ciencia <i>Manuel Ruiz Rejón</i> Profesor de Genética	39
Los poliedros de Leonardo <i>Baltasar Raya Moral</i> Catedrático de Dibujo (jubilado). IES San Juan de la Cruz. Úbeda	46
Leonardo y la Luna <i>Antonio Quesada Ramos</i> IES Zaidín Vergeles. Granada	57
Escritura especular: el caso de Leonardo da Vinci <i>Juan Manuel Cabañas Santos</i> Profesor de Lengua Española y Literatura. IES Antonio de Mendoza. Alcalá la Real	64
Omo sanza lettere, ¿verdad o mentira? <i>María Antonietta Lasorsa</i> Profesora de Español. Liceo Leonardo da Vinci. Bisceglie, Italia	66
El emblema de nuestra escuela: el Hombre de Vitruvio de Leonardo da Vinci <i>Alumnado de 2BL</i> Liceo Lingüístico Leonardo da Vinci. Bisceglie, Italia	69

Origen de la tabla actual periódica de los elementos	73
<i>Lucía Cano Montoro, Lucía Sánchez Expósito y José Luis Fernández García</i>	
Alumnas de 4º ESO y Profesor de Física y Química. IES Antonio de Mendoza, Alcalá la Real	
Elementos de la tabla periódica en cristal	78
<i>Eva Aguilera Herrador</i>	
Profesora de Biología y Geología. IES Antonio de Mendoza. Alcalá la Real	
Una Tabla de Científicas	81
<i>José Luis Fernández García</i>	
Profesor de Física y Química. IES Antonio de Mendoza. Alcalá la Real	
La Estadística y sus oportunidades laborales en nuestra sociedad	83
<i>Pedro A. García</i>	
Catedrático del Departamento de Estadística e I.O. Universidad de Granada	
De tu impuesto a mi financiación, de la nanotecnología a tu vida	87
<i>Manuel Caño García</i>	
Doctor en Fotónica. International Iberian nanotechnology laboratory (INL)	
La epidemia de gripe de 1918 en Alcalá la Real	93
<i>Antonio Heredia Rufián</i>	
Profesor de Geografía e Historia (jubilado). IES Antonio de Mendoza. Alcalá la Real	
<i>Antonio Quesada Ramos</i>	
Profesor de Biología. IES Zaidin Vergeles. Granada	
Mujeres a la luz. Antonia Gallego González	101
Área de Igualdad. Ayuntamiento de Alcalá la Real	
El radio de la Tierra a medida	102
<i>Álvaro Galán.</i> Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Universidad de Castilla-La Mancha	
<i>Elena Galate.</i> Profesora Departamento de Matemáticas. IES. Maestro Juan de Ávila. Ciudad Real	
<i>José Hidalgo.</i> Profesor Departamento de Matemáticas. IES. Antonio de Mendoza. Alcalá la Real	
Juegos de magia matemática	108
<i>Fernando Blasco</i>	
Departamento de Matemática Aplicada. Universidad Politécnica de Madrid	
Las paradojas del Infinito y la realidad de la Divinidad...	112
<i>J. Ramón Linares</i>	
Departamento de Matemáticas. IES Antonio de Mendoza. Alcalá la Real	

Portada



Federico Barquero Mesa. Gabinete de Diseño y Comunicación Visual del Ayto. de Alcalá la Real

Editorial

¡Sed de nuevo bienvenidos a Pasaje a la Ciencia! Un año más, desde las páginas de esta revista de divulgación científica, realizada desde nuestro centro de secundaria, nos planteamos diversos retos, mostrando diversas investigaciones y dando luz a aquellos investigadores de nuestra localidad que cada día trabajan por y para el desarrollo de la ciencia.

Iniciamos nuestra revista recordando la figura de un genio, Leonardo da Vinci, en el V centenario de su muerte. Para ello Christian Gálvez, el comisario de la exposición “Los rostros del genio” que se ha realizado recientemente en Madrid, nos aproxima a la mente de tal artista, ingeniero, inventor, etc. Por otro lado, el profesor Rafael Lucena, nos escribe sobre Leonardo y su multidisciplinariedad científica. Seguidamente el profesor Martínez Vela, alcalaíno de nacimiento, nos presenta al hombre de Vitruvio. Nuestra compañera, Patricia Pérez, nos enseña al Leonardo anatomista, en su búsqueda del cuerpo perfecto; y el profesor Ruiz Rejón, nos muestra al botánico, al estudioso de la belleza y variedad de las plantas. Seguiremos conociendo a este genio gracias al profesor Raya Moral, quien hace un estudio de diversos poliedros y “la divina proporción” usada por Leonardo. En esa muestra del humanista puro, que era Leonardo, el profesor Antonio Quesada, nos enseña al Leonardo estudioso del espacio y de la luna, al astrónomo. Nuestro compañero Juan Manuel Cabañas nos presenta a continuación la escritura especular empleada por da Vinci. Desde Italia, país origen de Leonardo, la profesora María Antonietta Lasorsa analiza la veracidad de la etiqueta que en su tiempo se le puso a da Vinci “hombre sin cultura académica”. Ya por último, el alumnado del Liceo Lingüístico Leonardo Da Vinci en Bisceglie (Italia) nos detalla la importancia del hombre de Vitruvio en el desarrollo del arte.

La segunda parte versa sobre el 150 aniversario de la tabla periódica, esa correlación de elementos químicos, que todos alguna vez hemos tenido que estudiar. Un grupo

de alumnas del centro, asesoradas por el profesor de Física y Química, José Luis Fernández, nos introducen en el origen de la tabla periódica. La profesora de Biología y Geología, Eva Aguilera, nos presenta su premiado proyecto de cristalización, en el que el alumnado ha realizado en cristales los símbolos de los elementos de la tabla periódica. También el profesor José Luis Fernández nos muestra un alegato de mujeres científicas a través del uso de los elementos de la tabla periódica.

La última parte, como es costumbre, se centra en investigadores de Alcalá o personas que desde Alcalá realizan su trabajo y que colaboran con nuestra revista. Así el profesor Pedro A. García, nos presentará las oportunidades laborales de la Estadística, esa rama matemática a veces olvidada. Conoceremos el trabajo de Manuel Caño García, doctor en Fotónica, nacido en Frailes, que pasó por nuestras aulas y que actualmente desarrolla su investigación en Braga. Nuestros compañeros y amigos, Antonio Heredia y Antonio Quesada, nos contarán su investigación sobre la incidencia de la gripe en Alcalá la Real en el año 1918, la conocida como “gripe española”. También incorporamos este año una reseña sobre la alcaláina seleccionada por el área de Igualdad del Ayuntamiento, Antonia Gallego González, dentro del programa “Mujeres alcaláinas a la luz”. El profesor Álvaro Galán nos aproxima a la medida del radio de la tierra a través de un trabajo intercentros. Nos acercamos al conocimiento de las Matemáticas a través de la magia, con el profesor Fernando Blasco. Por último, destacar el estudio sobre filosofía de nuestro compañero, el profesor José Ramón Linares. ¡Mil gracias a todos!

Y toca mi despedida, es mi última coordinación. Ahora, este bonito proyecto volverá a sus orígenes, al departamento de Ciencias Naturales donde nació de la mano de Antonio Quesada. Ha sido un viaje apasionante por el mundo de las ciencias en un sentido amplio, desde el punto de vista de un humilde historiador, estudioso de guerras y paz; de ilusión por un proyecto que conseguimos mantener vivo. Gracias a todos los que habéis colaborado conmigo de algún modo u otro: equipos directivos (Gerardo, Montse, Ramón, Mariví, Pepe y Rocío); a mi departamento (Antonio Heredia, Patrocinio Cano y Marino Aguilera); a M^a José, de la imprenta; a tantos compañeros y compañeras que han colaborado; a mi familia que me ha soportado en mis horas de trabajo frente al ordenador y al Excmo. Ayuntamiento de Alcalá la Real por seguir colaborando en este proyecto de llevar el conocimiento científico a nuestras aulas, que a veces parecen quedar al margen de todo este mundo. Y no quiero olvidarme de mi abuelo, que moría mientras se cerraba esta edición, 101 años de experiencia, nacido no muy lejos en familia muy humilde, aprendió a leer y escribir, y nos transmitió ese deseo y necesidad de que la educación es el elemento liberador de la persona. ¡Gracias!

Ahora me tocan otros retos y, de vez en cuando, volver a escribir sobre algún tema nuevo al que mi inquietud me lleve. Espero no olvidarme a nadie. Muchas gracias.

Juan Manuel León Millán
Coordinador de la Revista Pasaje a la Ciencia

Aproximación a la mente de Leonardo da Vinci

Christian Gálvez

Escritor, miembro del Leonardo DNA Project
y comisario de “Los rostros del genio”

«Dirán que por no ser yo un hombre de letras, no puedo expresar bien lo que deseo tratar. Pero ellos no saben que mis cosas han de ser tomadas, más que de las palabras ajenas, de la experiencia, que es la maestra de quien bien escribe, y como tal la tomo como maestra, y en todos los casos la alegaré» (Leonardo da Vinci).

La historia de Leonardo es en realidad una odisea, la tragedia de un hombre cansado de pintar, célebre en tierras italianas por no concluir los encargos, un hombre repudiado por su espíritu crítico e investigador, una figura extraña por no doblegarse ante ningún dogma y, a la vez, con la actitud camaleónica de prostituir sus ideales en busca de una gratitud y un reconocimiento que nunca llegó. Antes de morir lamentó cuánto había ofendido a Dios y a los hombres en el mundo, por no haber obrado en el arte como era debido.

Es la historia de aquel niño de Vinci, repudiado por su padre, arrancado del lecho de su madre a los cinco años y utilizado por Ser Piero en el taller del Verrocchio.

La crónica de aquel joven acusado de sodomía sin apoyo familiar, ninguneado por Lorenzo de Médici, prófugo de las tropas francesas e incomprendido por las grandes damas de la época, que le exigían reiteradamente un tesoro en forma de un retrato.

La documentación de aquel hombre que reprimió sus sentimientos durante el encuentro con su madre, que se corrompió a las órdenes de un Borgia, que compitió contra Michelangelo compartiendo fracaso a partes iguales y que estuvo a la sombra de los grandes en Roma.

Las memorias de aquel anciano que perdió contra el tiempo en tierras francesas, que anhelaba volar y al que se le enfriaba la sopa de vez en cuando.

La aventura de aquel espíritu cuyo legado traspasa corazones y mentes en única lección de anatomía sin importar teorías cardiocéntricas o cefalocéntrica en torno al alma, que hoy se le discute y se le celebra.

La leyenda de aquel arquitecto del mañana que no dejó indiferente a nadie, que solo se atrevió a diseñar el futuro, que se despertó mientras los demás aún seguían dormidos.

Todo esto fue, es y será Leonardo da Vinci.

Esa es la historia que deseo contar. Sé que no es fácil desprender la pátina de genialidad que hemos depositado en su figura a través de los siglos y, sin embargo, no deja de ser más atractiva y más poderosa su efigie de hombre mortal, de carne y hueso, con aciertos y errores, victorias y fracasos. Un hombre que vivió y sobrevivió.

Un hombre.

La exposición “Leonardo da Vinci: Los rostros del genio” no dejó de ser un homenaje eterno a sus facciones. También a los rasgos que hicieron de Leonardo un individuo superior o inferior, pero sin duda un espíritu especial.

Leonardo *di Ser Piero* da Vinci, ese gran (des)conocido. Prototipo del Hombre Universal y genio¹ de ese movimiento artístico europeo conocido como Renacimiento, la cumbre del conocimiento y de la multidisciplinaria en un mundo donde hombres como Michelangelo Buonarroti, Raffaello Sanzio, Sandro Botticelli, Domenico Ghirlandaio o Fra Angelico hicieron volar con la imaginación a una humanidad que empezaba a comprender el significado del antropocentrismo, doctrina que sitúa al ser humano como medida de todas las cosas. El hombre dejaba de responsabilizar y a la vez culpar a Dios y buscaba respuestas científicas a todo cuanto les rodeaba. O como lo definió Albert Einstein, *el Renacimiento italiano, que significó el fin de la paralización cultural de la Edad Media, se basó en la libertad y en el relativo aislamiento del individuo* (2016, p. 17).

El origen del término Renacimiento (Panofsky, 1960) se otorga, por un lado, a Giorgio Vasari, célebre autor de las *Le vite de' più eccellenti pittori, scultori e architettori*² desde el punto de vista relativo a la época; sin embargo, el vocablo como tal aparece literariamente hablando en Francia en 1829, *de la mano de Balzac, quien lo colocó en labios de uno de los personajes de Le Bal de Sceaux, caracterizando ya entonces a la pintura francesa e italiana posterior a la Edad Media*³ y desde entonces ha sido el vocablo que se ha utilizado para designar la época de esplendor que supuso, entre otras cosas:

- El final del concilio de Basilea-Ferrara-Florenia (1431 - 1445).
- La invención de la prensa de imprenta con tipos móviles de Johannes Gutenberg (1440).
- La recuperación de los textos antiguos y los pensamientos de Platón alrededor de 1463, traducidos por el sacerdote católico, a la vez que filólogo, médico y filósofo Marsilio Ficino, marcaron un punto y aparte con la Edad Media.
- Las aperturas de las primeras bibliotecas públicas⁴ por parte del gobernante y mecenas de Florencia Lorenzo de Médici “*El Magnífico*”.
- La creación de la Inquisición en 1478.
- El descubrimiento de América en 1492 que supone no sólo un descubrimiento geográfico y la apertura de nuevas rutas comerciales. También un cisma en la religión ya que aparecen, además de nuevos territorios ignotos, un conjunto de flora, fauna y razas que no aparecían en las Sagradas Escrituras.

¹ Fritjof Capra, doctor en física teórica en la Universidad de Viena, señala en su obra *La ciencia de Leonardo*, Barcelona, Anagrama, 2008, págs. 54 - 55 la diferencia de la palabra “genio” entre el Renacimiento y nuestros días: *En la época de Leonardo, la palabra “genio” no tenía nuestro sentido moderno de persona dotada de capacidades intelectuales y creativas extraordinarias.*

Martin Kemp añade: *Aunque hoy en día nosotros consideremos a los artistas como dioses culturales del periodo, incluso los más reconocidos eran tratados, en su momento, como funcionarios que trabajaban por encargo y que no tenían una posición privilegiada en las cortes o en las repúblicas.*

Kemp, Martin; *Leonardo (Breviarios)*, México DF, Fondo de cultura económica, 2007, pág. 35.

² Para consultar la edición contemporánea más completa véase: Vasari, Giorgio: *Las vidas de los más excelentes arquitectos, pintores y escultores italianos desde Cimabue a nuestros tiempos*, Madrid, Cátedra, 2010.

³ García Melero, José Enrique y Urquizar Herrera, Antonio; *Historia del arte moderno: Renacimiento*, Madrid, Editorial Centro de Estudios Ramón Areces, 2014, pág. 17.

⁴ “(...) abierta a todos en una sala del convento de San Marco”. Brion, Marcel; *Leonardo da Vinci, la encarnación del genio*, Buenos Aires, Ediciones B, 2002, pág. 24.

- Las Guerras italianas (1494-1559) que asediaron la península itálica de norte a sur.
- Las campañas belicistas de Cesare Borgia en un primer intento de unificación italiana.
- La llegada al trono de San Pedro de Giulio II y con ello, el máximo esplendor del arte romano como método propagandístico por parte de la Iglesia.
- La apertura de una nueva mentalidad científica tras el inicio de la escritura de *De revolutionibus orbium coelestium* de Copérnico.
- El inicio de una de las grandes obras maestras de la historia del arte: La Capilla Sixtina de Michelangelo Buonarroti en 1508.
- El origen de la Reforma Protestante inspirada en las 95 tesis de Martín Lutero de 1517.
- La coronación de Carlos I como Carlos V del Sacro Imperio Romano Germánico en la década de 1520.
- El terrible saqueo de Roma por parte de las tropas españolas y alemanas de Carlos V en 1527.

Dentro de toda esta vorágine de acontecimientos a través de los cuales se tuvieron que mover los artistas que hoy en día conocemos, el humanismo⁵ y el antropocentrismo se irían convirtiendo en el eje común de la sociedad poco a poco gracias al mecenazgo de los gobernantes (tanto en Florencia como en Roma) y a la evolución de las creaciones medievales conocidas como las primeras universidades.

Leonardo da Vinci se enmarca en este entorno de oportunidades e inconveniencias. Para resumir la biografía del florentino, y sin ánimo de competir con los Vasari, Jovio, Billi o Gaddiano, plasmaré en esta introducción la única información, imprescindible en mi opinión, que se necesita para conocer un poco más al hombre desde sus orígenes.



Plano de Florencia. (Fuente: Wikipedia).

⁵ “Humanitas” o “humanistis studiensins”, adoptados por Caluccio Salutati, humanista y político italiano, 1331-1406) para definir la obra de Petrarca. Charles L. Stinger, *Humanism and the Church Fathers*, Nueva York, State University of New York, 1977, pág. 74.

Un resumen de la vida del maestro podría ser el siguiente:

- **Vinci:** 1452 - 1466 (aproximadamente 14 años): En este periodo de su infancia, Leonardo creció junto a su madre Caterina, que se casaría con Accattabriga di Piero del Vaca, hasta los cinco años, para luego pasar a la tutela de Ser Antonio, el abuelo, tal y como lo expone en la declaración de impuestos de 1457, y su padre Ser Piero, siendo éste nombrado notario en Florencia por Cosimo di Giovanni de' Médici.

- **Florencia:**

- Primera etapa: 1466-1482: Leonardo entró en el taller de Andrea del Verrocchio mientras su padre trabajaba como notario en el Palazzo del Podestà. Allí aprendería todos los patrones estilístico que determinarían su futuro como artista. En 1472 se inscribió en la Compagnia di S. Luca de pintores en Florencia y el primer dibujo suyo del cual tenemos constancia tiene fecha de 5 de agosto de 1473. A posteriori muy posiblemente haría su aportación en *Tobías y el ángel* y *el Bautismo de Cristo del Verrocchio* y pintaría la *Anunciación* y la *Madonna con niño y clavel*. Esta primera etapa florentina es muy importante en la psicología de Leonardo por la acusación de sodomía sobre Saltarelli, sobre la cual profundizaremos más adelante. En cuanto a la pintura, no dejó de producir: le fue encargada la pintura de retablo en la capilla de San Bernardo en el Palazzo della Signoria, dibujó a Bernardo di Bandino Baroncelli ahorcado, podría haber colaborado en la *Decapitación de San Juan Bautista* del Verrocchio, pintó a *Ginevra de' Benci*, una *Madonna con niño*, *La Adoración de los Magos* y el *San Jerónimo*, que nunca llegó a terminar e iniciaría la *Madonna Litta*.

- **Milán:**

- Primera etapa: 1482-1499: Como consecuencia, entre otras cosas, de la falsa acusación, Leonardo amplió horizontes y se trasladó a la corte de los Sforza. Allí firmó el contrato para decorar el retablo de la Cofradía de la Inmaculada Concepción en San Francisco *il Grande* en Milán, así como la *Virgen de las Rocas*. En Milán comienza su pasión y los estudios del vuelo. En cuanto a su vida, podemos destacar que observó un eclipse de sol, en 1490 se encargó de los festejos de la boda de Gian Galeazzo Sforza e Isabella de Aragón mientras que en julio de ese mismo año llegó Gian Giacomo Caprotti di Oreno, conocido como Salaì, a su taller. Creó la simbología de una futura academia vinciense y preparó un festival con torneo para Ludovico Sforza y Beatrice d'Este. Visitó Como, Valtellina, Valsassina, Bellagio, Génova e Ivrea, diseñó la villa de Mariolo a las afueras de Milán y recibió de Ludovico un viñedo cerca de la Porta Vercellina. Dos visitas cambiaron su vida, la amistad con Luca Pacioli y el inesperado encuentro con Caterina, su madre, con la que compartió hogar antes de morir en 1495. En el ámbito artístico, Leonardo dio muestras de su polimatía: Diseñó el primer paracaídas, pintó el *Músico*, presentó a Ludovico un program de urbanismo, preparó los diseños de la torre del crucero de la catedral de Milán, estudió anatomía y en particular el cráneo, se encargó de las escenografías de *La festa del Paradiso* y de los estudios del caballo de los Sforza, dibujó el *Hom-*

bre de Vitruvio, pintó la *Dama del Armiño*, *La belle ferronière*, el gran mural de la *Sala delle Asse* en el *Castello Sforzesco* y *La última cena*.

• **Florescia:**

• Segunda etapa : 1500-1506: Tras un breve paso por Venecia volverá a su ciudad de origen para ser nombrado arquitecto familiar e ingeniero general por Cesare Borgia. Viajó a Urbino, Arezzo, Cesena, Porto Cesenatico, Pesaro y Rimini. Escribió al sultán Baiazeth hablándole de un proyecto para un puente sobre el Bósforo y se encargó del proyecto del desvío del río Arno. En 1504 formó parte de la comisión para colocar el David de Michelangelo, en julio de ese año falleció Ser Piero da Vinci y en agosto fue nombrado heredero de su tío Francesco. En lo relativo al arte, dibujó el bastidor de la *Santa Ana*, comenzó *La Gioconda* y la *Batalla de Anghiari*.

• **Milán:**

• Segunda etapa: 1506-1513: Entró Francesco Melzi al taller de Leonardo, que más tarde no sólo sería alumno y amigo, sino también albacea. Practicó la famosa disección de el Centenario. En este periodo comenzó a redactar sin orden ni concierto el *Tratado de la pintura*, el *San Juan Bautista* y la *Santa Ana*.

• **Roma:** 1513 - 1516 (3 años): Se inscribió en la cofradía de San Giovanni dei Fiorentini en Roma y podría haber sufrido una paresia en su mano derecha. Mientras continuaba con sus disecciones y estudios de anatomía, comenzó a pintar el *Baco*.

• **Amboise, Francia:** 1516-1519 (3 años): Bajo la protección de Francisco I, recibió la visita de Luis de Aragón y Antonio de Beatis, que posteriormente dieron fe de una posible paresia. Enseñó a estos un retrato de cierta dama florentina, otro de San Juan Bautista joven y otro de la Virgen y el Niño en el regazo de Santa Ana. Viajó a Romorantin para diseñar los planos de un palacio mientras que Salai abandonó a Leonardo para regresar a Italia. Leonardo, antes de redactar su testamento, participó en las celebraciones del bautizo del Delfín para después legar todo su trabajo a Francesco Melzi y morir el 2 de mayo de 1519.

Lógicamente, hay varios puntos en la vida del florentino que merecen especial dedicación. Adentrémonos pues en algunos de los hitos que marcaron la psicología del protagonista de nuestra historia. Nacido en Anchiano, a tres kilómetros de Vinci, fue hijo ilegítimo de Ser Piero da Vinci y de Caterina, una esclava campesina con un supuesto origen árabe que, como notarios, los da Vinci heredaron a la muerte de su colega Vanni di Niccolo di Ser Vann⁶.

*Nació mi nieto, hijo de ser Piero, mi hijo,
el día 15 de abril, sábado, por la noche.*

⁶ Cfr. Artículo publicado por *The Guardian* (UK edition, abril, 2008) titulado "*Da Vinci's mother was a slave, Italian study claims*".

*Se le puso de nombre de Lionardo.
Lo bautizó el padre Piero di Bartolomeo da Vinci⁷*

Por otra parte, “Lionardo”⁸ da Vinci fue bautizado al día siguiente 16 de abril, echando por tierra cualquier teoría que afirme que Leonardo da Vinci no era italiano (Estados Italianos en el s. XV) y en particular, de Vinci. Ser Piero ya tenía apalabrado un matrimonio ventajoso con otra familia, con lo que Caterina tuvo que programar su futuro de una manera muy diferente a lo que había pensado en un primer momento, si es que se llegó a plantear en algún momento una vida con Ser Piero.

El hecho de que Leonardo fuera ilegítimo suponía que sería reconocido como bastardo. Esa etiqueta le privaría por un lado de no ejercer en ningún momento la profesión de notaría, tan vinculada a su familia, y por otra parte, no tendría oportunidad de acceder a los estudios típicos y necesarios para la formación intelectual de la época como el latín o las matemáticas. Estamos hablando, efectivamente, de un crío iletrado. Uno de sus valores más importantes fue, gracias a los pocos momentos de atención y cariño que le proporcionó su madre Caterina durante los primeros cinco años de vida y, posteriormente, su tío Francesco: la curiosidad. Ya lo recordó Albert Einstein: *Es un milagro que la curiosidad sobreviva a la educación reglada*. El que fuera historiador francés y miembro de la Academia Francesa Marcel Brion defendía que el hecho de haber nacido al margen de las convenciones sociales le valió al pequeño Leonardo cinco magníficos años de libertad sin límites, de desarrollo sin trabas, en los que estuvo entregado a la ternura de la joven madre y a la infinita solicitud de esa otra madre, la naturaleza (Brion, 2010, p.15).

A través de esta virtud, el deseo de saber cualquier cosa, un Leonardo que crecía rodeado de cañaverales, viñedos y olivos, se volvió un discípulo de la experiencia, esto es: un autodidacta. En la Florencia del S. XV, con el autoaprendizaje (o aprendizaje autónomo) que se basaba fundamentalmente en la experiencia, tenía la posibilidad de desarrollar una dislexia que por la desatención no fuera detectada y, por tanto, tratada a tiempo (Sartori, 1987, pp. 1-10). Este podría ser el caso de Leonardo da Vinci⁹. A eso se podría haber añadido una progresiva bipolaridad reflejada en su obra escrita. Son muchos los que se hacen llamar expertos en Leonardo da Vinci, pero pocos, muy pocos, han leído a Leonardo. Cuando uno como investigador decide implicar su tiempo, ha de saber qué fuentes consultar. No es para nada desdeñable leer sobre aquella figura que te fascina, que te ilusiona, pero no hay nada como leer directamente los escritos de esa persona para profundizar en el conocimiento. En el caso de Leonardo da Vinci es fácil. A pesar de que no sea materia de estudio en clases de literatura, por poner un ejemplo, estamos hablando de una de las

⁷ En el texto oficial aparece en nombre de Lionardo y no Leonardo. Texto de Ser Antonio da Vinci, notario y abuelo de Leonardo. Florencia, Archivio di Stato. Notarile antecosimiano, 16912, f. 105v (vol. P. 389, c. 105). Documento publicado por primera vez por Emil Möller: «*Der Gerhurstag des Lionardo da Vinci*», *Jarbuch der Preussischen Kunstmmlungen*, 60 (1939), págs. 71-73.

Más información en: Vezzosi, Alessandro; *Leonardo, scomparso e ritrovato*, Firenze, Giunti, 1988, pág. 7.

⁸ Veinte años después se registraría como *Lionardo di Ser Piero da Vinci dipintore* en la confraternidad florentina de pintores conocida como la Compagnia di San Luca. Fuente: King, Ross; *Leonardo and the last supper*, Londres, Bloomsbury, 2012, pág. 19 y Nicholl, Charles; *El vuelo de la mente*, Madrid, Taurus, 2010, pág. 120. El documento oficial se conserva en el Archivio di Stato di Firenze, Accademia del disegno, 1, f. 11v.

⁹ Más información en la página web <https://www.dyslexia.com/famous/leonardo-da-vinci/>

cinco personas que más páginas escribió a lo largo de su vida. Martin Kemp hace un conteo estimado y apunta a 6.000 páginas, teniendo en cuenta que, como mínimo, se ha perdido una cuarta parte (Kemp, 2015, p. 18). No es complicado acceder a su obra. Leonardo deja como subtexto su posible bipolaridad y su déficit de atención. Lo que sí es complejo es perseverar en su obra. Si tiene, estimado lector, una oportunidad, dosis de paciencia y una curiosidad infinita busque y encuentre, como apuntaría Vasari en su obra “*Batalla de Marciano*” en el Salone del Cinquecento en el Palazzo della Signoria de Florencia.

Es Ser Piero da Vinci, el padre de Leonardo, el que le presenta al maestro Verrocchio. Centrémonos un momento en la relación padre (Ser Piero da Vinci) y maestro (Andrea del Verrocchio). Vasari los nombra como grandes amigos y Charles Nicholl aporta mucha más información en ese sentido. Andrea tenía la *bottega* (“taller”) en Via Ghibelina, cerca del actual Teatro Verdi, donde años después, a pocos metros de allí, Michelangelo Buonarroti compraría la que hoy se conoce como Casa Buonarroti. Por otro lado, Ser Piero trabajaba frente al actual museo Bargello, anteriormente Palazzo del Podestà (o Palacio de Justicia), si bien podría ser, como apunta Nicholl, una de las tiendas semisubterráneas bajo la iglesia de La Badia (Nicholl, 2010, pp. 86-92) y vivía a escasos metros, tal y como contribuye Racionero, en la Via dei Gondi (Racionero, 2007, p.48). No sólo eran grandes amigos. También se veían a menudo. Ross King incluso apunta a que uno trabajaba para el otro¹⁰ y, además, el padre de Leonardo trabajó con las órdenes monásticas de los Sierros de la Santissima Annunziata y los Agustinos de San Donato.

El taller de Andrea del Verrocchio fue probablemente el gran crisol del estilo florentino de la segunda mitad del siglo XV¹¹.

¿Quién es Andrea di Michele de`Cioni, Verrocchio? Giorgio Vasari lo describe en sus *Vidas* como:

Florentino, fue en sus tiempos escultor, tallista, pintor y músico perfecto, y sumamente dotado en la naturaleza de cada cosa, y estudió ciencias, porque en su juventud le gustaba mucho la geometría¹².

Aunque el autor, conocedor de la tradición oral de la vida de los artistas más cercanos a su época, suma mucha más información del propio Verrocchio en la vida de Leonardo: (...)Cuando Ser Piero se dio cuenta de esto, consciente de la superioridad de su ingenio, tomó algunos de sus dibujos y se los llevó a su gran amigo Andrea del Verrocchio, y le rogó encarecidamente que le dijera si le parecía que Leonardo podría lograr algo si se consagraba al dibujo. Andrea se asombró al ver los admirables inicios de Leonardo y tranquilizó a Piero aconsejándole que lo instruyera. Se puso de acuerdo con Leonardo para que fuera al taller de Andrea, cosa que hizo con gran satisfacción. Y

¹⁰ “Ser Piero served as the notary for the Florentine goldsmith and painter Andrea del Verrocchio to whom, according to Vasari, he proudly showed a bath of the boy’s drawings”, King, Ross; Leonardo and the last supper, Londres, Bloomsbury, 2012, pág. 24.

¹¹ García Melero, José Enrique y Urquizar Herrera, Antonio; *Historia del arte moderno: Renacimiento*, Madrid, Editorial Centro de Estudios Ramón Areces, 2014, pág. 373.

¹² Vasari, Giorgio; *Las vidas de los más excelentes arquitectos, pintores y escultores italianos desde Cimabue a nuestros tiempos*, Madrid, Cátedra, 2010, pág. 388.

no ejerció sólo una profesión, sino todas aquellas en las que intervenía el dibujo. (...) En su juventud estudió arte, (...), con Andrea del Verrocchio. Este estaba haciendo una tabla con un San Juan bautizando a Cristo en la que Leonardo pintó un ángel con algunos ropajes; y, aunque era jovencito, lo ejecutó de tal modo que resultaba mucho mejor que las figuras de Andrea. Ésta fue la razón por la que Andrea no quiso volver a tocar los pinceles, indignado porque un muchacho supiera más que él¹³.

Vasari hace referencia a la competitividad. A cómo el maestro encaja el verse superado por un alumno suyo. Sea o no sea cierta la información vertida sobre la relación del Verrocchio con Leonardo, el de Vinci siempre defendió la siguiente sentencia: *Mediocre el alumno que no supera a su maestro.*

Sea como fuere esta supuesta e incómoda situación, Leonardo al parecer prefirió estar más tiempo con su maestro que con su padre, y le encontraríamos trabajando y viviendo en el taller del Verrocchio entrado el año 1476. En esa época Ser Piero da Vinci se acaba de casar por tercera vez (tras la muerte de sus dos primeras esposas) con Margherita di Francesco di Jacopo di Guglielmo, y acababa de ser padre por segunda vez. Su primer hijo legítimo llevaría en el nombre del abuelo de Leonardo: Antonio. Sea o no esta la razón por la que un Leonardo relegado a un segundo plano en la vida familiar de los notarios, algo que sí nos hubiera servido de cara a la posteridad en los años de Leonardo con Verrocchio hubiera sido la influencia del maestro sobre el alumno. La importancia de la parte docente y no la pátina divina que se le intenta infundir a un todavía joven Leonardo a través del cronista Vasari. Y Andrea del Verrocchio sí influyó en el futuro universo leonardiano. Las similitudes que encontramos, por poner un ejemplo, entre las manos esculpidas por Andrea en la *Dama del mazzolino* (1475, Museo de Bargello) servirán como método docente y se verán reflejadas en los *Studi di mani* (1475 - 1480, Windsor) de Leonardo.

No sólo eso, en su *Tratado de la pintura*, Leonardo menciona a los maestros como parte fundamental del aprendizaje del pintor:

467

(B. N. 2038, 33a)

DEL ORDEN EN LA PRÁCTICA DEL DIBUJO

Copia primero los dibujos de los buenos maestros y haz esto según arte y del natural, que no de memoria. Más tarde dibuja el relieve, guiándote de un dibujo de él sacado. Y en fin, dibuja un atinado natural, que en él has de avezarte.

468

(B. N. 2038, 10a)

PRECEPTOS DE PINTURA

En primer lugar, el pintor ha de avezar su mano copiando dibujos de buenos maestros. Adquirido ya tal hábito, según criterio de su preceptor, ha de avezarse en dibujar cosas de relieve, sirviéndose de las reglas que más adelante se dirán.

¹³ Vasari, Giorgio; *Las vidas de los más excelentes arquitectos, pintores y escultores italianos desde Cimabue a nuestros tiempos*, Madrid, Cátedra, 2010.

Analizando la obra de Verrocchio a través de la no muy prolija bibliografía que podemos encontrar podemos encontrar obras que Leonardo asimilará en mayor o menor medida en su presente y futuro artístico.

Leonardo se habría sentido intrigado por el don de su maestro por una expresión sucinta, pero al final desarrolló muchos de los temas de Verrocchio, pero al final desarrolló muchos de los temas de Verrocchio con un mayor detalle físico y psicológico. Vasari quedó igualmente impresionado por la Última Cena, donde “cada pequeño detalle en la obra Refleja en creíble cuidado y diligencia. Incluso la tela del mantel se reproduce tan bien que el lino de Reheim no parecería más real”. El ejemplo de Verrocchio, por lo tanto, proporcionó el andamio para la observación más minuciosa de Leonardo y su búsqueda y representación. Esto es evidente si comparamos el encanto de Verrocchio y su atractivo *Retrato de una Dama en mármol*¹⁴ con los rasgos de *Ginevra de Benci*¹⁵ de Leonardo -reconstruida por David Alan Brown-. La comparación subraya algunas de las diferencias que comenzaron a surgir entre los dos artistas a mediados de los años cuarenta. El gran salto de Verrocchio fue incluir los brazos y las manos de su jovencita en la composición e inclinar la cabeza y los hombros para que un tipo escultórico inmóvil anterior se transformara en el simulacro de un individuo viviente y respirador. Leonardo apreciaba todo esto y más. Con valentía y sin precedentes, puso a Ginevra a través de su espacio y exploró minúsculos detalles y efímeros efectos de luz que eran claramente menos interesantes para Verrocchio (Radke, 2010, pp. 39-40).



Retrato de una dama en mármol.
(Fuente: Wikipedia).



Ginevra de Benci.
(Fuente: Wikipedia).

El de Vinci entró en la escuela de Verrocchio en la década de 1460 y permaneció en ella hasta mediados de la década de 1470, comprendiendo su pubertad y adolescencia. Carlo Vecce apunta que todas las obras que realizó Verrocchio en esa época fueron importantes para la formación de Leonardo, ya sea porque enriquecieron sus conocimientos, ya sea porque trabajó personalmente en ellas (Vecce, 2003, p. 54).

¹⁴ 1475 - 1480, Museo Nazionale del Bargello, Florencia.

¹⁵ 1475, National Gallery of Art, Washington.

Para el catedrático de historia medieval en la Universidad Autónoma de Barcelona José Enrique Ruiz-Domènec Leonardo podría haber copiado y aprendido una serie de patrones en la borrega de Verrocchio y luego repetirlos y transformarlos, ya que la psicología que Leonardo intentaba transmitir en la evolución de sus rostros es uno de los objetivos principales del arte del Renacimiento italiano a finales del XV y principios del XVI. Desde Ginevra de Benci, Leonardo cambió esa tradición, y cambió la perspectiva y el canon de la belleza de la mujer. Sin embargo Leonardo no es aceptado ya que probablemente el retrato de Ginevra de Benci fuera demasiado moderno para la época en la que lo pintó (Ruiz-Domènec, 2005).

Según Ravaisson-Mollien, el influjo de Verrocchio sobre Leonardo iría mucho más allá del arte, y se vería reflejado incluso en la caligrafía:

Leonardo da Vinci tan solo hacía, al dejar de puntuar las i, tanto en el sentido habitual como al revés, lo que hacía Verrocchio en las diferentes páginas manuscritas que quedan de él, pero se dijo que debía completar las i cuando se dirigía a importantes personalidades, aunque no fuera más que por una sencilla necesidad de cortesía¹⁶.

Para concluir, es más que evidente la influencia de Verrocchio, además de la capacidad de invención de Leon Battista Alberti y la perspectiva y geometría espacial de Paolo Uccello, sobre Leonardo. Sin Verrocchio no hubiera existido Leonardo (Radke, 2010, p. 36).

Resulta no menos curioso que en algunas biografías publicadas en nuestro país, España, Leonardo da Vinci fuera heterosexual y creyente practicante hasta 1975, y partir de esa fecha se convirtiera en un paladín de la herejía y de la homosexualidad, tendencia adquirida en la bottega del Verrocchio. Para sorpresa de todos, ni los más conservadores ni los más liberales tendrían razón. A través de sus escritos encontraremos pruebas convincentes de que coexistían dos Leonardos: el ateo y el creyente. Sin embargo, y tal y como Richard Feynman¹⁷: “*La religión es la cultura de la fe; la ciencia es la cultura de la duda*”. Pero no debemos olvidar nunca que Leonardo da Vinci era un hombre que dudó por encima de todas las cosas. Y ante esas dudas se despertó su insaciable curiosidad.

Además, cabe la sospecha de que practicara el celibato desde los veinticuatro años, esto es, desde 1476. Una falsa acusación de sodomía sobre un conocido gigoló llamado Jacopo Saltarelli¹⁸ que le acarreó demasiados problemas y que muy posiblemente influiría en su personalidad y en su obra¹⁹. En la obra *A history of celibacy* (Abbott, 2001, pp. 339-341) se apunta lo siguiente:

¹⁶ Véase en los Apéndices la aportación de Ravaisson-Mollien, M. Chales sobre la relación Verrocchio - Leonardo en; *Pages autographes et apocryphes de Léonard de Vinci*, París, Extracto de las Memorias de la Sociedad nacional de Anticuarios de Francia, t. XLVIII., 1888.

¹⁷ 1908 - 1988. Físico teórico estadounidense conocido por su trabajo en la formulación integral de la trayectoria de la mecánica cuántica, la teoría de la electrodinámica cuántica y la física de la superfluidez del helio líquido subenfriado, así como en la física de partículas para el que propuso el modelo Parton.

¹⁸ Lee. Alexander; *The ugly Renaissance. Sex, disease and excess in an age of beauty*, Londres, Arrow books, 2014, pág. 21.

¹⁹ Más información en: *Relación secreta sobre la acusación de sodomía dirigida contra algunos artistas florentinos, entre ellos, Leonardo, en 1476, y absolución*, Accusa di sodomia, Ufficiali di notte e conservatori dell'onestà dei monasteri, 18, f. 41v (secondo registro), Archivo del Estado, Florencia.

El celibato es la manera más obvia de evitar el revelar o experimentar sexo de manera no convencional, particularmente la homosexualidad y la pedofilia. (...) Da Vinci fue un hombre complicado y gran parte de los detalles íntimos de su vida personal permanecen torturadamente ocultos. (...) Sin embargo, una evidencia considerable apunta a su homosexualidad. Esto incluye los análisis de sus crudas y a menudo inexactas representaciones de los genitales femeninos (...) La homosexualidad en la Florencia del Renacimiento, base de Da Vinci, era tan poco común que el apodo alemán para los hombres gays era Florenzer. Raras veces se imponían penas legales, y los hombres discretos se anticipaban a los problemas. Sin embargo, en su veintena, Da Vinci había estado envuelto en una situación fea que coloreó todas sus percepciones posteriores de cómo debía vivir.

Al parecer, no creo que la autora Elizabeth Abbott ande muy desencaminada. Leonardo incluso llegó a proyectar un invento para arrancar las barras de las ventanas y otro para abrir una prisión desde el interior. En relación al asunto Saltarelli, se añade:

Fueron arrestados y durante unas horas aterradoras, interrogados y humillados. Después, entre audiencias, tuvieron que soportar una espera de dos meses. Finalmente fueron absueltos, pero el escándalo fue tal, que las insinuaciones, chismes calumnias y especulaciones atormentaron a Da Vinci durante años. (...) ¿Significa esto que Leonardo da Vinci era célibe? La respuesta es que es muy probable que realmente se ganara la reputación de castidad perpetua. Sus ideas apoyan este punto de vista. Condena el acto sexual (...) y temía la sífilis, conocida en Italia pero no en Francia como la enfermedad francesa, y las degeneraciones mentales que él asociaba con la actividad sexual. La larga barba de Da Vinci se cita a veces como su intento de oscurecer su bello rostro (...). La explicación más plausible y consistente para la castidad de Da Vinci es que encontró el acto sexual grotesco y tenía miedo casi de manera paranoica de que se repitiera el escándalo Saltarelli. Para minimizar o negar su orientación homosexual, probablemente optó por el dispositivo seguro de la castidad.

Carlo Vecce (2003, p. 73) profundiza desde otro punto de vista. No sólo cómo le afecta a Leonardo sino también en cómo influye este episodio en la relación Ser Piero - Leonardo: *No sabemos nada de los efectos psicológicos y morales que tuvo este asunto sobre Leonardo: el miedo, la angustia de estar envuelto en un escándalo que hubiera podido comprometer a su padre; el temor a perder la libertad, a tener que interrumpir su actividad artística y, quién sabe, a tener que abandonar Florencia. (...) Aunque el asunto tuvo un final feliz, supuso la ruptura de las relaciones entre Leonardo y su padre.*

Sin embargo, y todo lo concerniente a la activa o pasiva actividad sexual de Leonardo da Vinci, nadie lo ha expresado mejor que Marcel Brion (2002, p. 125):

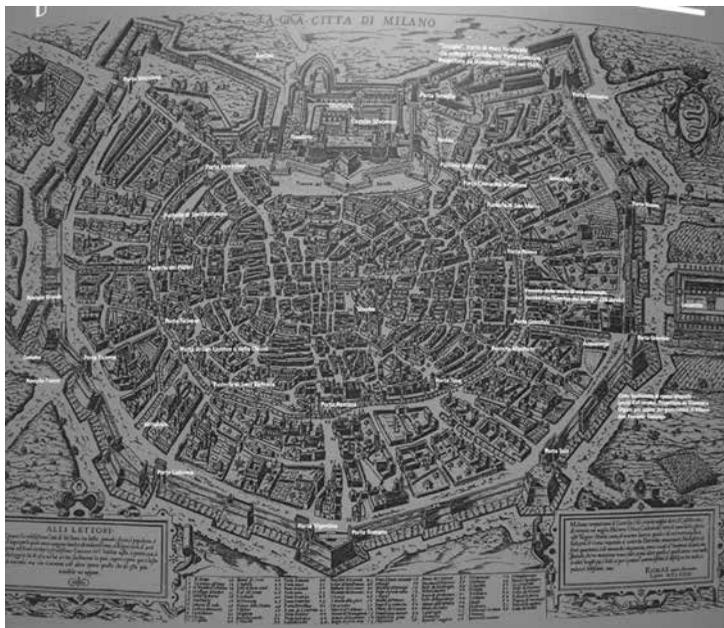
Cualquier curiosidad indiscreta con respecto a la vida privada del artista se convierte en escándalo y chismorreos. Dejo de lado, pues, lo que se refiere a la pretendida homosexualidad de Leonardo; fuera homosexual o no, la cosa no nos interesa lo más mínimo. (...) Nunca se casó, pero Miguel Ángel tampoco, y no se conocen los nombres de sus amantes porque las gentes de aquel siglo no se deleitaban tramando en torno a

la vida de los grandes artistas ese sabroso tejido de escándalos con el que disfruta el público actual, muy dispuesto a ignorar las obras de los famosos del día, pero empeñado en conocer hasta la última de sus calaveradas.

Un texto de 1952 que a día de hoy, no nos suena extraño y lejano. Sin embargo, fue un hecho que realmente le marcó de por vida. Tanto, que tuvo que partir de Florencia hacia nuevos horizontes. Se sabe que Lorenzo de Medici, al ser requerido por el papa Sixto IV para pintar parte de la nueva Capilla Sixtina, eligió a un grupo de artistas entre los cuales no figuraba Leonardo: los florentinos Alessandro di Mariano di Vanni Filipepi “Botticelli”, Domenico di Tommaso Curradi di Dozzo Bigordi “Ghirlandaio” y Cosimo di Lorenzo Rosselli que se unieron a los pintores de Umbría Luca d’Egidio di Ventura de Signorelli y Pietro di Cristoforo Vanucci, “El Perugino” con su ayudante Bernardino di Betto di Biagio “Pinturicchio”.

¿El hecho de no contar con Leonardo fue debido a la acusación de sodomía? Parece ser que no, pues cuatro años después de la absolución parece que comenzó a trabajar bajo el mecenazgo de los Medici en el jardín de San Marcos. ¿Por qué el Magnífico no le incluyó en este selecto equipo? ¿Quizá por la incapacidad del de Vinci de cumplir con los contratos? ¿Demasiada anarquía artística?. Brion tenía una explicación; *habían dejado partir, sin lamentarlo, a Leonardo da Vinci porque los conocedores no le apreciaban tanto como a un Botticelli o a un Ghirlandaio, y él mismo no parecía considerarse en absoluto un maestro tan admirable en el arte de pintar, el que además creía ser el más insignificante de sus talentos* (Brion, 2002, p. 125).

Por lo tanto, tenemos a un Leonardo apartado, por decirlo de alguna manera, de los grandes encargos de los líderes de Florencia. Renovarse o morir.



Plano de Milán. (Fuente: Wikipedia).

²⁰ Para una interpretación diferente sobre la carta de Leonardo véase en los Apéndices la aportación de Ravaisson-Mollien, M. Chales en; *Pages autographes et apocryphes de Léonard de Vinci*, París, Extracto de las Memorias de la Sociedad nacional de Anticuarios de Francia, t. XLVIII., 1888.

Su siguiente destino fue la ciudad de Milán, en donde tuvo que convencer al duque Ludovico “El Moro” Sforza que él era el hombre que necesitaba²⁰:

A Ludovico el Moro.

Después, Señor mío ilustrísimo, de haber visto y examinado ya suficientemente las pruebas de cuantos se reputan maestros en la construcción de aparatos bélicos, y de haber comprobado que la invención y manejo de tales aparatos no traen ninguna innovación al uso común, me esforzaré, sin detrimento de nadie, en hacerme oír de Vuestra Excelencia para revelarles mis secretos; ofreciéndole para la oportunidad que más le plazca, poner en obra las cosas que, en breves palabras, anoto enseguida (y otras muchas que sugieran las circunstancias de cada caso):

1. *He concebido ciertos tipos de puentes muy ligeros y sólidos y muy fáciles de transportar, ya sea para perseguir al enemigo o, si ocurre, escapar de él; así como también otros, seguros y capaces de resistir el fuego de la batalla y que puedan ser cómodamente montados y desmontados. Y procedimientos para incendiar y destruir los del contrario.*

2. *Sé cómo extraer el agua de los fosos, en el sitio de una plaza, y construir puentes, catapultas, escalas de asalto e infinitos instrumentos aptos para tales expediciones.*

3. *Si la altura de los terraplenes y las condiciones naturales del lugar hicieran imposibles en el asedio de una plaza el empleo de bombardas, yo sé cómo puede arruinarse la más dura roca o cualquier otra defensa que no tenga sus fundaciones sobre la piedra.*

4. *Conozco, además, una clase de bombardas de cómodo y fácil transporte y que pueden lanzar una tempestad de menudas piedras, es tanto que el humo que producen infunde espanto y causa gran daño al enemigo.*

5. *En los combates navales, dispongo de aparatos muy propios para la ofensiva y la defensiva, y de navíos capaces de resistir el fuego de las más grandes bombardas, pólvora y vapores.*

6. *También he ideado modos de llegar a un (¿punto?) preindicado a través de excavaciones y por caminos desviados y secretos, sin ningún estrépito y aun teniendo que pasar por debajo de fosos o de algún río.*

7. *Ítem, construiré carros cubiertos y seguros contra todo ataque, los cuales, penetrando en las filas enemigas, cargados de piezas de artillería, desafiarán cualquier resistencia. Y en pos de estos carros podrá avanzar la infantería ileso y sin ningún impedimento.*

8. *En caso de necesidad, haré bombardas, morteros y otras máquinas de fuego, bellísimas y útiles formas, fuera del uso común.*

9. *Donde fallase la aplicación de las bombardas, las reemplazaré con catapultas, balistas, trabucos y otros instrumentos de admirable eficacia, nunca usados hasta ahora. En resumen, según la variedad de los casos, sabré inventar infinitos medios de ataque o defensa.*

10. *En tiempo de paz, creo poder muy bien parangonarme con cualquier otro en materia de arquitectura, en proyectos de edificios, públicos o privados, y en la conducción de aguas de un lugar a otro. Ítem, ejecutaré esculturas en mármol, bronce y arcilla, y todo lo que pueda hacerse en pintura, sin temer la comparación con otro artista, sea quien fuere. Y, en fin, podrá emprenderse la ejecución en bronce de mi modelo de caballo que, así realizado, será gloria inmortal y honor eterno de la feliz memoria de vuestro Señor padre y de la casa de Sforza.*

Y si alguna de las cosas antedichas parecieran imposibles e infactibles, me ofrezco de buena gana a experimentarlas en vuestro parque, o en el lugar que más agrade a Vuestra Excelencia, a quien humildemente me recomiendo.

Leonardo Da Vinci. Florentino (Arrechea, 2006, pp. 28-31).

Un Leonardo que, a pesar de aborrecer la guerra, se presenta como ingeniero y no como artista, dándole importancia tan solo al final de la misiva. No solo no realiza su conocimiento sobre el arte de pintar, también obvia sus trabajos y sus valedores artísticos como la Signoria de Florencia o los Médici. ¿A causa de la acusación de sodomía?, ¿un Leonardo mercenario?, ¿superviviente tal vez? ¿o quizás un Leonardo en constante evolución, sin tener ataduras políticas, religiosas o morales?. A la vista está que Leonardo quería un cambio y ese cambio se acercaba cada vez más al Leonardo científico y se alejaba inexorablemente del Leonardo artista.

Cabe destacar la débil apreciación que hace Leonardo sobre su condición de pintor, anteponiendo como hemos comentado sus conocimientos sobre la beligerancia, la arquitectura y la ingeniería de caminos. Quizá esa mácula en su carrera en la tierra de los Medici le hizo prescindir de esa faceta artística.

¿Es por ello que Leonardo decide marchar a Milán? ¿Es Lorenzo de Médici quien, es su política de prestigio artístico, quiso mandar a Leonardo como hiera con Botticelli a Roma o Verrocchio a Venecia?. Sea como fuere y aunque no se vendiera como pintor de calidad, para cada una de las tareas a las que se encomendó a Ludovico Sforza necesitaba del boceto.

Ya hemos visto lo que suponía vivir en el Renacimiento italiano. Proliferación de la vida artística y del humanismo, sí, pero envuelto en luchas de poder teológicas y territoriales. La vida de Leonardo no fue fácil, y mucho menos con ese espíritu nómada que le caracterizó. Todos conocen al de Vinci por ser un Hombre Universal, el genio del Renacimiento. ¿Un genio del Renacimiento alguien ilegítimo, iletrado, y supuestamente disléxico, bipolar y con déficit de atención? El gran historiador del arte E. H. Gombrich, condecorado con la Orden del mérito, Caballero de la Excelentísima Orden del Impero Británico y miembro de la Academia Británica, define a Leonardo da Vinci de la siguiente manera:

Sus contemporáneos miraron a Leonardo como a un ser extraño y misterioso. Príncipes y generales deseaban utilizar a este mago prodigioso como ingeniero militar para construir fortificaciones y canales, así como armas y artificios nuevos. En tiempos de paz, les entretendría con juguetes mecánicos de su propia invención y con diseños para conseguir nuevos efectos en las representaciones escénicas. Fue admirado como gran artista y requerido como músico excelente, pero, a pesar de todo ello, pocas personas podían vislumbrar la importancia de sus ideas y la extensión de sus conocimientos (Gombrich, 2013, p. 294).

Me parece acertado añadir también el texto dedicado a Leonardo por parte del doctor Daniel López Rosetti en su obra:

Evitaba competencias, discusiones y disputas innecesarias. Era vegetariano pero motivado por el hecho de no matar animales, y no por otras razones, como las relacio-

nadas con la salud o la excentricidad; disfrutaba de comprar pájaros en el mercado y luego dejarlos volar. Aunque ideó máquinas militares, denostaba la guerra. Muy probablemente, extravertido y con facilidad de comunicación oral y escrita. Posiblemente, con un perfil neurótico²¹ y sin aristas de psicoticismo²².

Posiblemente la figura de Leonardo se haya hiperbolizado enfocando la atención a los supuestos enigmas que contiene su producción, y es aquí donde me sumo a la crítica que ofrece Martin Kemp en su obra (2007, p. 221), donde apunta a que Leonardo ha sido incorporado a sociedades secretas tales como los caballeros Templarios, el Priorato de Sión y los Rosacruces, es decir, el tipo de organizaciones misteriosas, subterráneas y cerradas que tanto gustan a los teóricos de las conspiraciones históricas y que, cuanto más “secreta” sea la conspiración, mayor latitud permiten al fantasioso pseudo historiador.

Pero detrás de cada obra de arte, detrás del “qué”, no sólo hay un “cómo”, sino también un “por qué”. Si enfocamos la mirada más allá del hipotético barniz de misterio, seremos capaces de llegar a la genialidad, a esa capacidad mental extraordinaria de alguien para crear o inventar cosas nuevas y admirables, de alguien que se hizo a sí mismo.

En cuanto al verdadero Leonardo, fue quien fue... Este mito, no obstante, más extraño que cualquier otro, gana indefinidamente cuando insertamos la fábula en la historia. Y cuanto más lo hacemos, con más precisión se crece él (Valéry, 2010, p. 102).

También examinaremos la mente de Leonardo. Ya lo defiende el especialista Martin Kemp: *Nunca observó algo sin pensar en otra cosa; para él todo existía en una continuidad de causa y efecto* (2007, p. 91). Leonardo da Vinci fue pintor, científico, matemático, ingeniero, inventor, anatomista, escultor, arquitecto, urbanista, botánico, músico, poeta, filósofo y escritor²³. Pero lejos de permanecer impávido en cada una de las ramas del saber, Leonardo siempre buscó la sincronía entre los conocimientos para llegar a un objetivo común. Como ejemplo tenemos los estudios de hidráulica. El Leonardo científico estudiaba los movimientos del agua mientras que el Leonardo artista utilizaba esos experimentos para poder aplicarlos a sus bocetos y crear las ondas de los mechones de pelo de los retratos. Aplicaba el movimiento del fluido a la oscilación de los cabellos.

Nótese el movimiento en la superficie del agua, que se parece al cabello y consiste en dos tipos de moción, una que responde al peso de los mechones y el otro a la dirección de los rizos; así, esta agua hace remolinos, que en parte responden al ímpetu de la corriente principal, mientras que en parte responden al movimiento incidental de desviación (Kemp, 2007, p. 83).

²¹ Neurosis: Enfermedad funcional del sistema nervioso caracterizada principalmente por inestabilidad emocional. (Fuente: RAE).

²² Según Hans Jürgen Eysenck, psicólogo inglés de origen alemán especializado en el estudio de la personalidad, el psicoticismo es una dimensión sobre la vulnerabilidad a conductas impulsivas, agresivas o de baja empatía. Son fríos, egocéntricos e irresponsables, pero también son más creativos, objetivos, realistas, competitivos, originales y críticos.

²³ El historiador francés Marcel Brion definió así el arte de Leonardo:

El arte de Leonardo da Vinci, para definirlo en una frase, es el conocimiento de la totalidad y, de esta totalidad, la pintura es sólo un elemento, un fragmento.

Brion, Marcel; *Leonardo da Vinci, la encarnación del genio*, Buenos Aires, Ediciones B, 2002, pág. 36.

Por otro lado, el Leonardo anatomista estudiaba la complexión animal para diferenciar la corpulencia muscular de los équidos y los humanos. Un último ejemplo, el Leonardo anatomista estudiaba el vuelo de aves y murciélagos para que el Leonardo científico, matemático, ingeniero e inventor mejorase el ala delta que en el siglo IX desarrollase Abbás Ibn Firnás.

Recuerda que tu máquina voladora debe imitar a ninguno más que al murciélago, porque la tela es lo que mediante su unión da la armadura, o fuerza a las alas. Mz. 12a (16)²⁴.

Al igual que Michelangelo, Leonardo abordó temas bíblicos por encargo. Uno de ellos, *La anunciación*²⁵, hoy en día en la Galería Uffizi de Florencia, encontramos uno de los más claros ejemplos de sincronía de conocimientos. Si prestamos atención al “cómo” y no al “qué”, relativizaremos la importancia de la escena bíblica y sumaremos trascendencia al mensajero, el arcángel Gabriel. Leonardo otorga al portador de la Buena Nueva alas reales, alas de pájaro. No son alas idealizadas a las que estamos acostumbrados a asignar a estos supuestos embajadores de Dios. Leonardo, amante de las aves, estudió los miembros de los pájaros desde un punto de vista anatómico para incluirlos en su obra, por mucho que el motivo de esta fuera religioso.

Una de las características que más ha llamado la atención de Leonardo da Vinci es su escritura especular. Marcel Brion ya apuntaba la curiosidad que le suscitaba el poder hacer un estudio grafológico, ya los veinte años el artista tenía ya la costumbre de escribir al revés, y singularmente ornamental, con las letras y las palabras trazadas como un dibujo lleno de curvas y ganchos (Brion, 2002, p. 43).



La Anunciación. (Fuente: Wikipedia).

²⁴ Volumen que trata de diferentes materias en encuadernación original, Conde Manzoni, Roma, 1490 - 1516.

²⁵ *La Anunciación*, 1472 - 1475, óleo y temple sobre madera, 98x217cm, Galería Uffizi, Florencia.

Una creativa olla a presión. Casi no hay manera más gráfica para definir la cabeza de Leonardo. Por supuesto, el Leonardo más conocido por la inmensa mayoría es el Leonardo artista. Pero si queremos un poco de justicia, fue él también el que proporcionó la explicación correcta de la luz cenicienta, luz que refleja la Tierra del sol y que nos permite ver el cuerpo de la Luna, y quien postuló que la Tierra se mueve y no el sol²⁶. Es decir, se adelantó un cuarto de siglo al científico que aportó el modelo heliocéntrico: Nicolás Copérnico.

¿Por qué centrar entonces todo un libro y una exposición en el rostro de Leonardo da Vinci?

Porque la faz de Leonardo da Vinci no consigue convencer al 100% de los estudiosos del florentino.

Remitiéndonos a la descripción del Anónimo Gaddiano, comprobamos que la belleza era una virtud que parangonaba con sus capacidades artísticas, Leonardo era tan excepcional y universal que se puede decir de él que fue un milagro producido por la Naturaleza. Ésta le dotó no sólo de la belleza corporal, en extremo bien conocida, sino que le hizo maestro de muchas otras raras virtudes²⁷.

Un poema de Francesco Nesi, que conocería al maestro florentino alrededor de 1501, nos describe a Leonardo da Vinci:

Vi dibujada al carbón con sumo arte
la imagen venerable de mi Vinci
que no habría podido ser mejor, en Delos, en Creta y en Samos,

Es tal, que si tú quieres copiarla con el pincel
cualquiera que sea el color que pongas
no podrás superar su imagen y llevarla contigo.

Porque es más digno y de mayor valor
aquel arte, en el cual parece fundarse
cuanto su más alto valor reside en él mismo²⁸.

En definitiva, tanto Gaddiano como Francesco Nesi secundan la belleza física de Leonardo da Vinci. También lo hace Giorgio Vasari, como apuntamos en el texto de la contraportada, pero este deja patente la existencia de un dibujo con el retrato de Leonardo da Vinci en el inventario de Francesco Melzi en la edición ampliada de 1568 de sus *Vidas*:

²⁶ Vasari ya apunta los estudios de Astronomía de Leonardo en su *Las vidas de los más excelentes arquitectos, pintores y escultores italianos desde Cimabue a nuestros tiempos*, Madrid, Cátedra, 2010, pág. 472. Véase, por ejemplo, el dibujo denominado Estudios de la luz de la Luna, c 1506 - 1508, pluma y tinta, 293X221 mm, Seattle, Melinda y William H. Gates III, Códice Leicester, fol. 1A (1r). Para ver el debate que suscita el Leonardo astrónomo véase: King, Ross; *Leonardo and the last supper*, Londres, Bloomsbury, 2012, pág. 155.

²⁷ Anónimo Gaddiano, *Códice Magliabechiano*, XVII, pág. 17. Véase Apéndices en este mismo libro.

²⁸ Nezi, Francesco. *Códice Riccardi*, número 2722 (autógrafo) y 2750.

Muchos de los manuscritos sobre anatomía humana están en posesión de Francesco Melzi, un gentilhombre de Milán que era un hombre bello en el tiempo en que Leonardo vivía y al que profesaba un gran cariño. Francesco aprecia y conserva estos trabajos como reliquias de Leonardo, junto con el retrato de este artista en su feliz recuerdo (Vasari, 2011, p. 131).

Este texto no estaba incluido en la primera edición. ¿Por qué no lo incluyó Vasari? A través del sentido común, tal y como hiciera Leonardo hace medio milenio²⁹, podemos llegar a la conclusión de que lógicamente no disponía en 1550 de dicha información. ¿Por qué actualizó la segunda edición y añadió a Melzi y sus posesiones? ¿Tan importante era el retrato del de Vinci y su albacea? Ross King añade en su obra algo de información al respecto. La edición ampliada de Vasari vería la luz dos años después del encuentro entre el cronista y el secretario de Leonardo en 1566.

No hay ninguna duda. Hay una evidencia histórica que se refiere al retrato del maestro florentino. Sin embargo, surge la pregunta más importante, y a la vez más difícil, de todas. ¿Cuál es el retrato de Leonardo da Vinci al que se refiere el historiador Giorgio Vasari?



Retrato de Leonardo da Vinci de Vasari.

²⁹ Hacia la época de Leonardo se discutía dónde se encontraba el alma. Esta discusión encontró en el período del Renacimiento a quienes creían que se ubicaba en el corazón y sustentaban así la teoría “cardiocéntrica” del alma. Leonardo sostenía como otros que el alma, o lo que él denominó sentido común o “senso comune”, se encontraba en el cerebro: era la teoría “cefalocéntrica” del alma. El “senso comune” de Leonardo era el sentido que permitía analizar la información que se obtenía de la naturaleza a través de los cinco sentidos básicos: vista (el más importante para Leonardo), oído, tacto, gusto y olfato. Cfr. López Rosetti, Dr. Daniel; *El cerebro de Leonardo*, Buenos Aires, Lumen, 2006, pág. 73

Leonardo y la multidisciplinariedad de la ciencia

Rafael Lucena Rodríguez

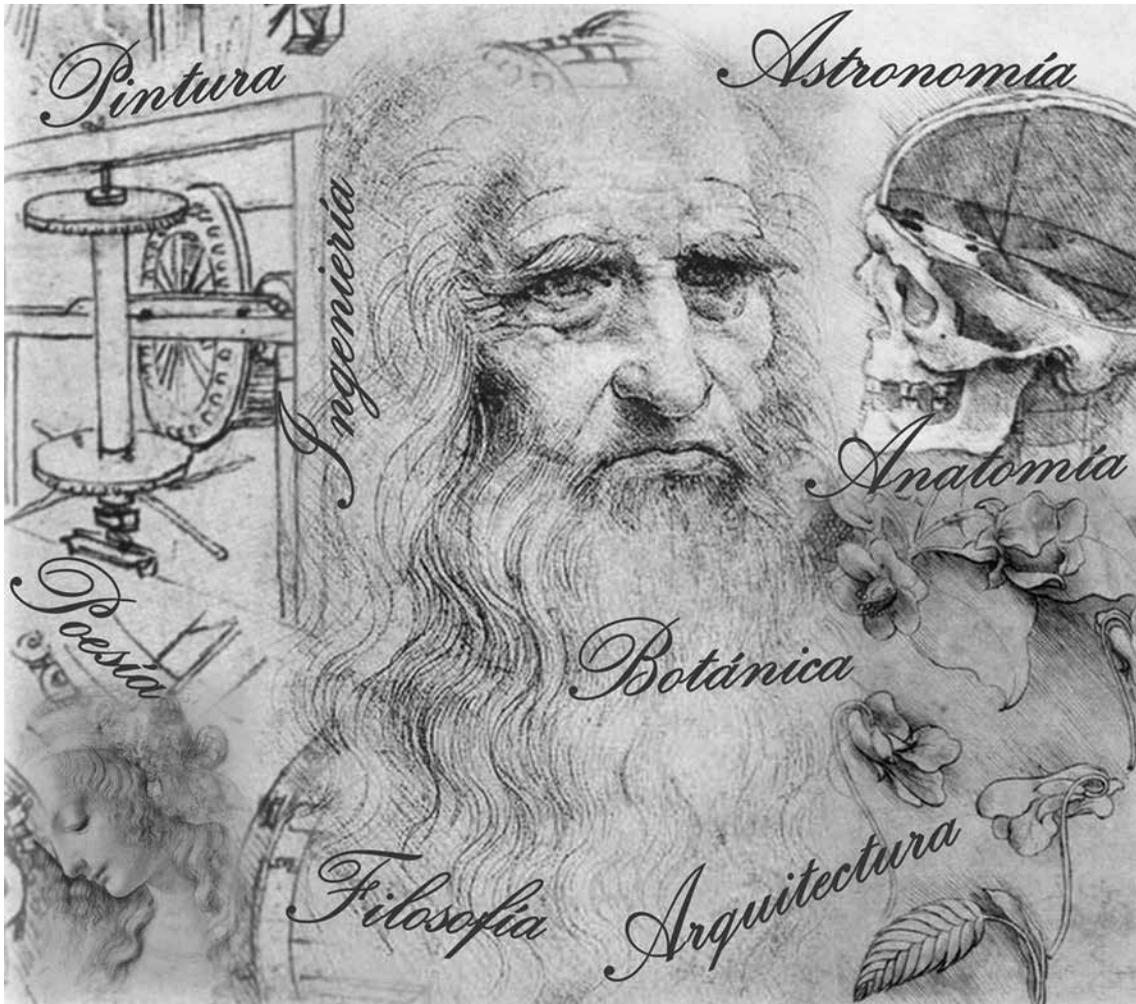
Profesor del Departamento de Química Analítica. Universidad de Córdoba

Pintor, anatomista, filósofo, inventor... Estas son algunas de las facetas por las que Leonardo da Vinci ha pasado a la historia como una personalidad única, digna de admiración y elogio. Una personalidad transversal que desempeñó con éxito disciplinas, en teoría tan lejanas, como el arte y la ciencia. Su creatividad, su capacidad para proyectar nuevas ideas y llevarlas a cabo están detrás de este éxito.

La figura de Leonardo es inspiradora para los científicos modernos, pero puede abrumar si no se contextualiza. La evolución del conocimiento científico ha sido tan exponencial en el último siglo que es imposible de abarcar en su conjunto. El físico Richard Feynman, Premio Nobel de Física (1965) y considerado el impulsor de la Nanociencia, reconocía abiertamente no tener miedo a no conocer cosas y a no tener una respuesta para todo. De hecho, es de la propia asunción de esta premisa, del reconocimiento de la limitación de nuestros conocimientos y habilidades, de donde surge hoy el nuevo conocimiento científico. La ciencia moderna, a diferencia de lo que la sociedad a veces piensa, se basa más en los grupos humanos que en las personalidades sobresalientes, por más que estas también existan. El hecho de que los premios científicos más prestigiosos se otorguen a individuos, o un grupo reducido de ellos, ayuda a perpetuar esta idea errónea. El trabajo cooperativo científico puede verse desde dos perspectivas: interna (dentro del grupo de investigación) y externa (entre grupos de investigación).

Los grupos de investigación deben aunar personalidades distintas que aporten habilidades y destrezas complementarias que hagan al grupo llegar donde las individualidades no lo hacen. No sólo son importantes las destrezas y conocimientos científicos, sino que ciertas características transversales (creatividad, pensamiento crítico) y emocionales (capacidad de trabajar en grupo, crear un ambiente emocional sano) son esenciales. Todas estas personalidades deben coordinarse como un director hace con su orquesta y en esta labor la figura del líder de grupo es fundamental para el éxito. El éxito científico lo entiendo como el trabajo eficiente y en armonía de todos los miembros y aunque generalmente suele traducirse en una productividad cuantificable, esta relación no es biunívoca. El liderazgo implica hacer partícipe a todos los miembros del equipo de los avances y progresos que se consiguen y de ponerse al frente cuando las cosas no van como se esperaba. Ser jefe es fácil, ser líder es difícil de conseguir, especialmente porque las habilidades directivas y organizativas no forman parte del programa formativo de los investigadores. Por el bien del grupo, si uno no posee estas cualidades es mejor no ocupar esa responsabilidad. De hecho, les aseguro que se puede disfrutar de la investigación científica sin ser la cabeza visible de un grupo.

Los grupos de investigación están especializados en un área concreta y pueden desarrollar su investigación con gran éxito. No obstante, los avances disruptivos suelen producirse en las interfases entre dos o más áreas y requieren la colaboración externa entre grupos de investigación distintos. No es de extrañar que los grupos científicos actuales se asocien en centros o institutos de investigación. Estas colaboraciones son enriquecedoras, sobre todo para las personas creativas que a veces tienen ideas que creen difíciles de desarrollar porque carecen de los conocimientos que otros colegas sí poseen.



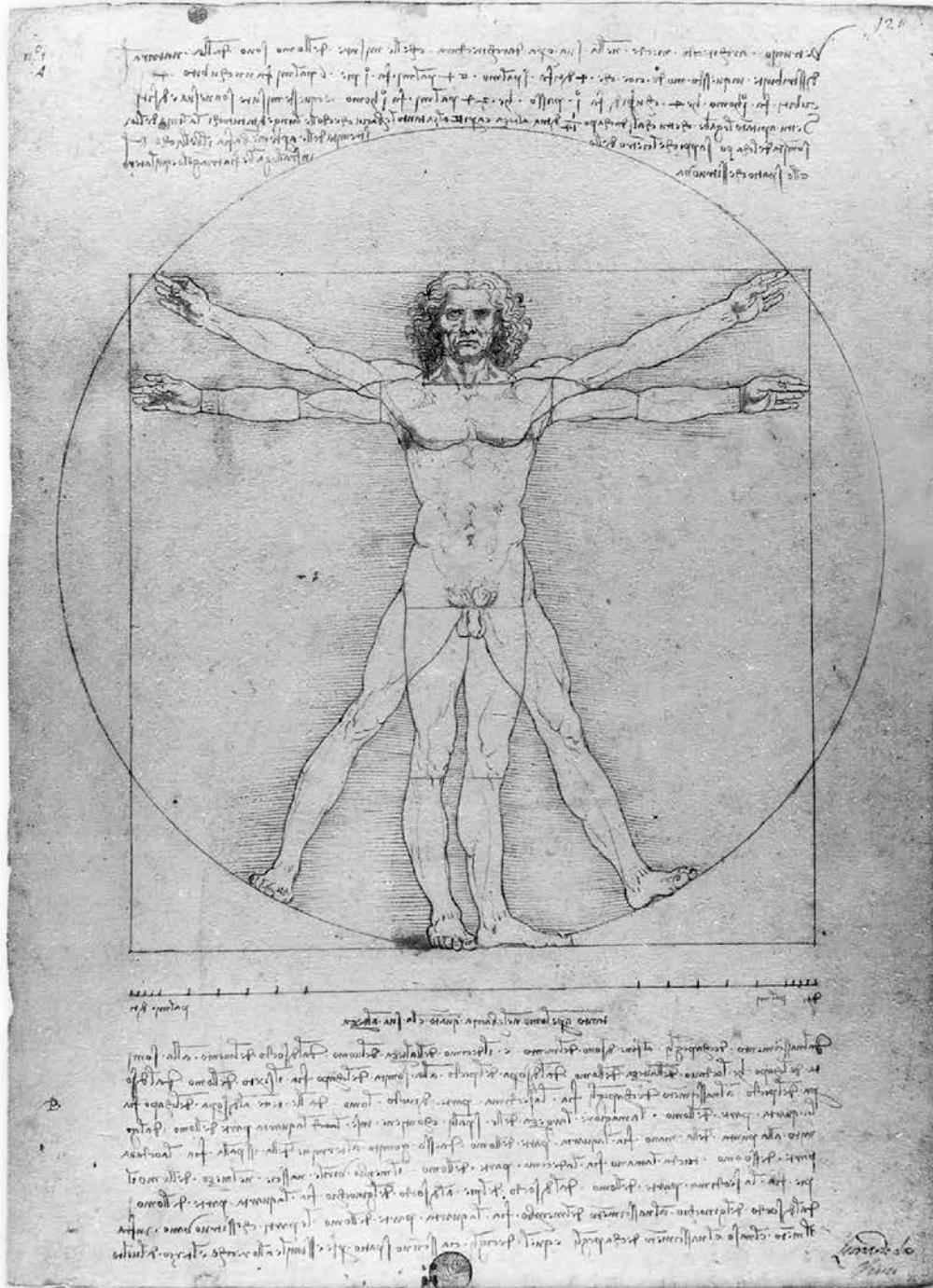
En definitiva, la profundidad de visión en varios campos del saber que Leonardo mostraba, y que le hizo sobresalir como ser extraordinario en su época es digna de admirar y deseable en nuestra sociedad, si bien es difícilmente extrapolable al ámbito de trabajo científico actual, compartimentado y especializado, en el que se tiende a la cooperación entre individualidades o instituciones para lograr el avance del conocimiento.

El hombre de Vitruvio

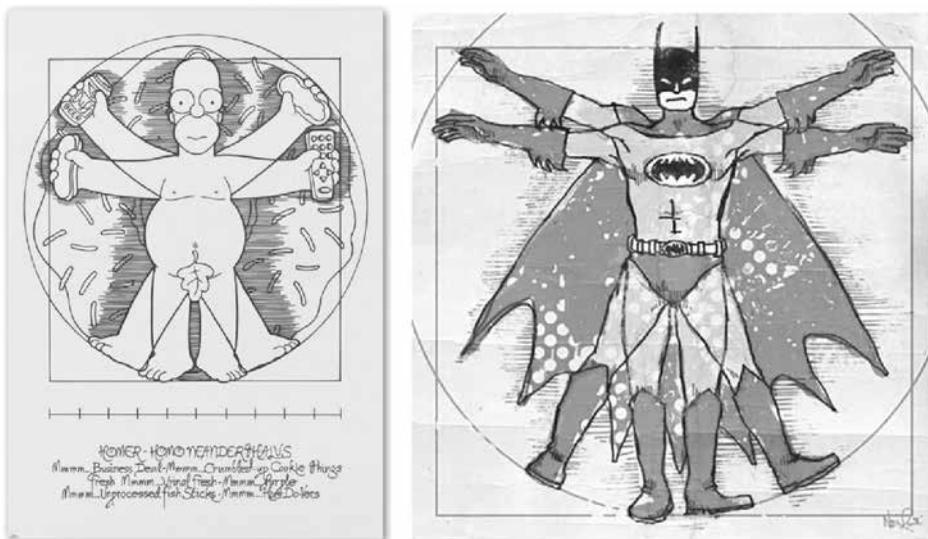
Manuel Martínez Vela

Doctor en Bellas Artes y Catedrático de Dibujo (jubilado).

IES Padre Manjón. Granada



Es de sobra conocida la imagen de *El hombre de Vitruvio*, un dibujo que Leonardo da Vinci realizó hacia 1490. Como ha ocurrido con otras muchas imágenes famosas, que han llegado a convertirse en auténticos iconos de la cultura popular, el dibujo de Leonardo ha tenido infinitas versiones e interpretaciones en comics, animaciones, ilustraciones, etc. que te resultarán familiares. Hasta es probable que tú o alguno de tus amigos haya tenido alguna vez una camiseta con un dibujo parecido a estos.



Pero ¿qué representa exactamente esta curiosa figura que parece tener cuatro piernas y cuatro brazos? y ¿por qué se llama “Hombre de Vitruvio” si fue Leonardo quien lo dibujó?

El dibujo es un estudio de las proporciones del cuerpo humano en el que aparece una figura masculina con los brazos y las piernas en dos posiciones superpuestas. Leonardo tomó como base para su dibujo un texto de Vitruvio en el que describía precisamente estas proporciones:

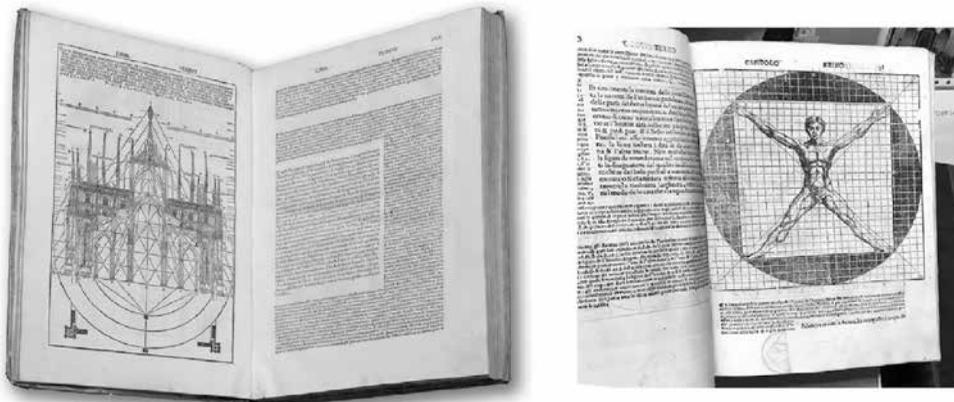
“Compuso la naturaleza el cuerpo del hombre de suerte que su rostro desde la barba hasta lo alto de la frente y raíz del pelo es la décima parte de su altura. (...) Todos los otros miembros tienen también su conmensuración proporcionada. (...)”

Así mismo el centro natural del cuerpo humano es el ombligo; pues tendido el hombre supinamente, y abiertos brazos y piernas, si se pone un pie del compás en el ombligo, y se forma un círculo con el otro, tocará los extremos de pies y manos. Lo mismo que en un círculo sucederá en un cuadrado; porque si se mide desde las plantas a la coronilla, y se pasa la medida transversalmente a los brazos tendidos, se hallará ser la altura igual a la anchura, resultando un cuadrado perfecto.”

Y ¿quién era Vitruvio?

Marco Vitruvio Polión fue un arquitecto romano, que vivió en el siglo I a.C. Fue además escritor y tratadista de arquitectura. Es conocido sobre todo por su obra *De Architectura*, el tratado más antiguo sobre arquitectura que se conserva. Los diez libros de que consta tratan sobre los órdenes arquitectónicos, materiales, técnicas decorativas, construcción, tipos de edificios, hidráulica, colores, mecánica, etc. Esta obra se imprimió, por primera vez, en Roma a finales del s. XV y fue fuente de inspiración para los artistas

del Renacimiento. En ella aparecen recogidas las proporciones del hombre en las que se basó Leonardo.



De Architectura, de Vitruvio. Ejemplares del Metropolitan Museum de Nueva York (1521) y Biblioteca de la Alhambra, Granada (1536).

¿Cómo está realizado el dibujo de Leonardo y dónde se puede ver?

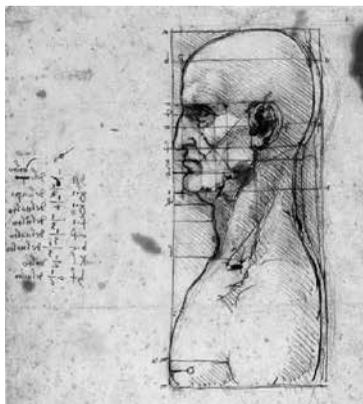
Se trata de un dibujo sobre papel, de 34,4 x 24,5 cm, realizado con pluma, tinta, acuarela y punta metálica. La punta metálica (*stylum*) es el antecedente de los lápices actuales. Podía ser de plata, cobre o plomo y estaño. Para dibujar con punta de plata era necesario preparar previamente el papel o pergamino con una mezcla de polvo de huesos, goma arábiga y pigmentos.

El dibujo del Hombre de Vitruvio pertenece a uno de los diarios de Leonardo, y desde 1822 se conserva en la Galería de la Academia de Venecia.

Lo de verlo en directo es complicado, porque por razones de conservación raramente se expone al público. Precisamente, con motivo de la muestra conmemorativa del Centenario de Leonardo, el dibujo estará expuesto entre el 17 de abril y el 14 de julio de 2019.

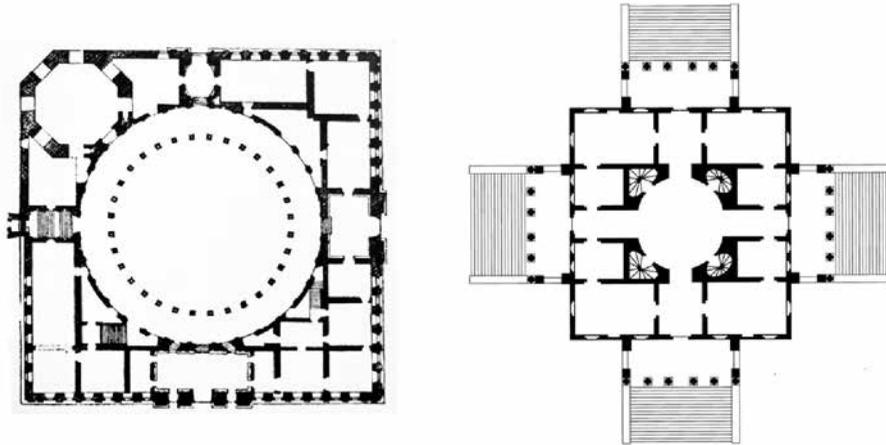
¿De dónde obtuvo Leonardo las medidas para su figura humana?

La curiosidad extraordinaria de Leonardo lo llevó a realizar estudios antropométricos exhaustivos, tomando medidas, durante varios meses, del cuerpo de distintos hombres. Cuando tuvo recogidos todos los datos, Leonardo los comparó con el canon de proporciones de Vitruvio y aportó sus propias observaciones.



Leonardo da Vinci. Estudio de las proporciones en la cabeza.

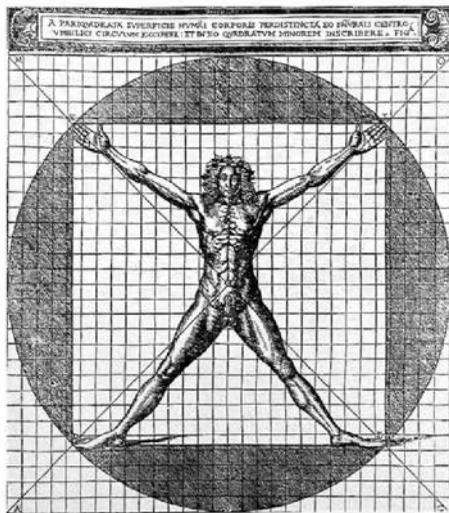
En el tercer libro de su tratado de arquitectura, Vitruvio afirmó, como ya hemos visto, que un hombre abierto de piernas y brazos podía inscribirse en un círculo y un cuadrado. El círculo es el símbolo de lo celestial y espiritual mientras que el cuadrado representa lo terrenal y material. En el hombre, dotado de cuerpo (materia) y alma (espíritu), se combinan alegóricamente ambas formas geométricas. El círculo y el cuadrado se consideraban las formas más perfectas y se emplearon con profusión en las artes plásticas y la arquitectura del Renacimiento.



El círculo y el cuadrado en la planta de edificios renacentistas:
El Palacio de Carlos V, de Machuca (Granada) y Villa Rotonda, de Palladio (Vicenza, Italia).

¿Qué relación tienen el círculo y el cuadrado en el dibujo de Leonardo?

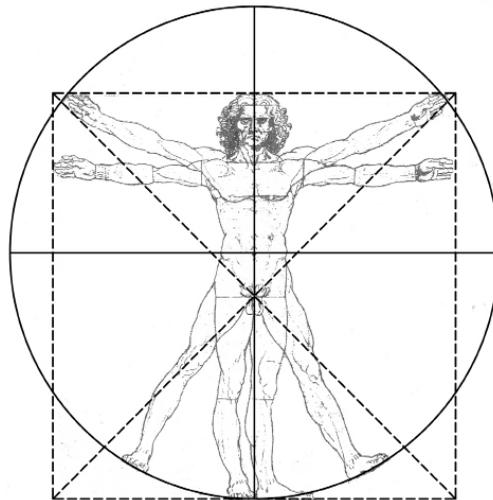
Aunque otros autores interpretan que el cuadrado debe estar inscrito en el círculo o viceversa, en el dibujo de Leonardo no ocurre así. En los dibujos que ilustran las ediciones impresas de la obra de Vitruvio, las proporciones de la figura humana se deforman a veces para adaptarse simultáneamente al círculo y al cuadrado. Es lo que ocurre con el grabado de Cesariano (1521) donde las manos y los pies son exageradamente grandes.



Cesare Cesariano, 1521.



Giovanni Giocondo 1511.



Leonardo, sin embargo, no se ciñe a esta relación y dibuja el cuadrado y el círculo con una posición relativa distinta. Para su dibujo Leonardo se basa, sobre todo, en sus propias mediciones y así, aunque el ombligo es el centro del círculo, como indicaba Vitrubio, el centro del cuadrado lo sitúa en los genitales.

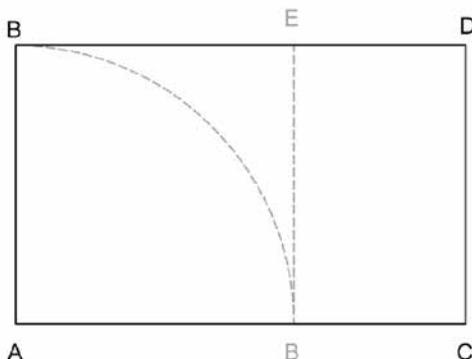
Pero ¿existe alguna relación entre el círculo y el cuadrado en el dibujo de Leonardo?

Pues sí. La proporción que existe entre el lado del cuadrado y el radio de la circunferencia es la proporción áurea, tan usada en el Renacimiento. La proporción áurea o divina proporción, como también se le conoce, se basa en el número de oro, un número conocido desde la antigüedad por sus asombrosas propiedades. Se representa con la letra griega ϕ (Fi) y su valor es 1,618033....

Para obtener gráficamente el número áureo hay que dividir un segmento AC en dos partes AB y BC de modo que se dé que $\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{BC}$ es decir, que el segmento total dividido por la parte mayor sea igual que esta dividida por la menor.



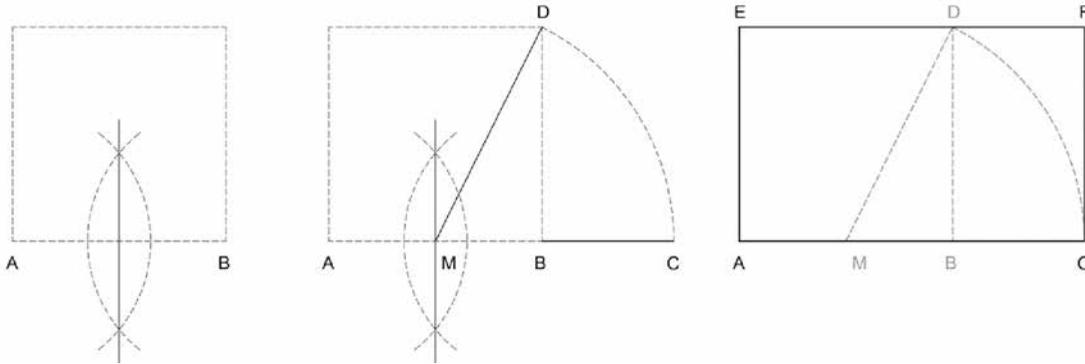
Imaginemos que tenemos un rectángulo cuyos lados son AB y AC. Este será un rectángulo áureo si sus lados guardan esa proporción. Y esta proporción, que puede parecer un poco caprichosa, es precisamente la que tienen los lados del DNI o la tarjeta del banco. Es también la proporción que aplicó Leonardo en su dibujo.



¿Es fácil dibujar este rectángulo o hay que hacer un Máster previamente?

Realmente es más fácil de lo que parece. Solo necesitamos una regla y un compás.

Partimos de un cuadrado de lado AB y trazamos su mediatriz. A continuación trazamos un arco con centro en el punto medio M y radio MD hasta que corte en C a la prolongación de AB. Y ya tenemos los dos lados del rectángulo áureo.



En el dibujo de Leonardo si AB es el radio de la circunferencia entonces AC es el lado del cuadrado.

¿Qué más relaciones encontramos en el dibujo de Leonardo?

Aunque Leonardo se basó en las referencias del texto de Vitruvio, corrigió y añadió algunas más. En el texto que acompaña al dibujo, escrito por cierto en modo especular, como siempre hacía Leonardo, indica muchas más proporciones, entre ellas las siguientes:

Cuatro dedos hacen una palma y cuatro palmas hacen un pie.

Seis palmas hacen un codo.

Veinticuatro palmas hacen a un hombre.

Desde la parte superior del pecho al nacimiento del pelo será la séptima parte del hombre completo.

Desde los pezones a la parte de arriba de la cabeza será la cuarta parte.

La anchura mayor de los hombros contiene en sí misma la cuarta parte.

Desde el codo a la punta de la mano será la cuarta parte.

Desde el codo al ángulo de la axila será la octava parte.

Desde el codo a la punta de la mano será la cuarta parte.

Desde el codo al ángulo de la axila será la octava parte.

La mano completa será la décima parte.

Desde la planta del pie hasta debajo de la rodilla será la cuarta parte.

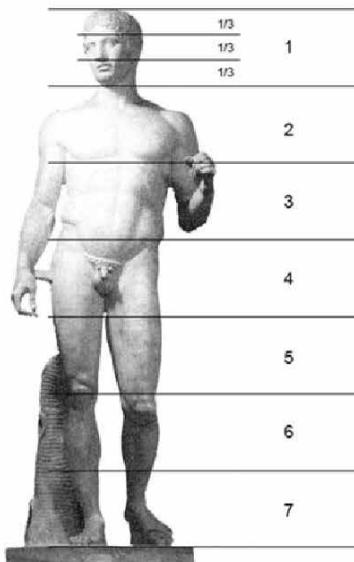
Desde debajo de la rodilla al comienzo de los genitales será la cuarta parte.

Desde el centro del pecho hasta la punta de los dedos, será igual a la longitud de toda la pierna. (...)

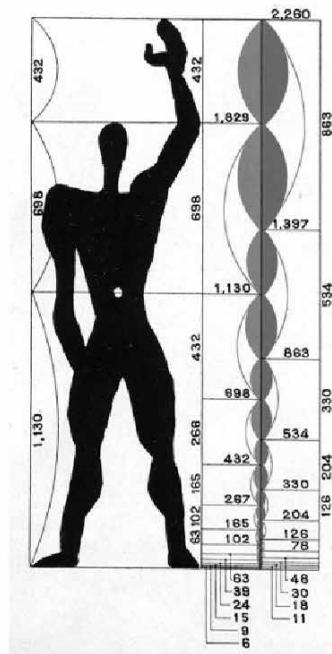
Esto de las proporciones en el cuerpo humano ¿se lo inventó Vitruvio?

Ya habrás imaginado que no. Desde la antigüedad los artistas se han preocupado por establecer las proporciones ideales del cuerpo humano, aunque estas han ido cambiando a lo largo de la historia. Los egipcios ya usaban un sistema modular basado en la cuadrí-

cula. Los griegos usaban la altura de la cabeza como referencia y unidad de medida del cuerpo. El escultor Policleto consideraba que el cuerpo ideal debía medir 7 cabezas pero este canon lo modificó Lisipo al desarrollar otro más esbelto, basado en siete cabezas y media. Desde entonces los artistas no han parado de establecer cánones de belleza y de proporciones. En el siglo XX el arquitecto Le Corbusier desarrolló un sistema de mediciones basado en el cuerpo humano al que llamó el *Modulor*. Le Corbusier regresa a un sistema antropométrico de medidas en el que cada magnitud se relaciona con la anterior a través, nuevamente, del número áureo.



Canon de Policleto



Modulor de Le Corbusier

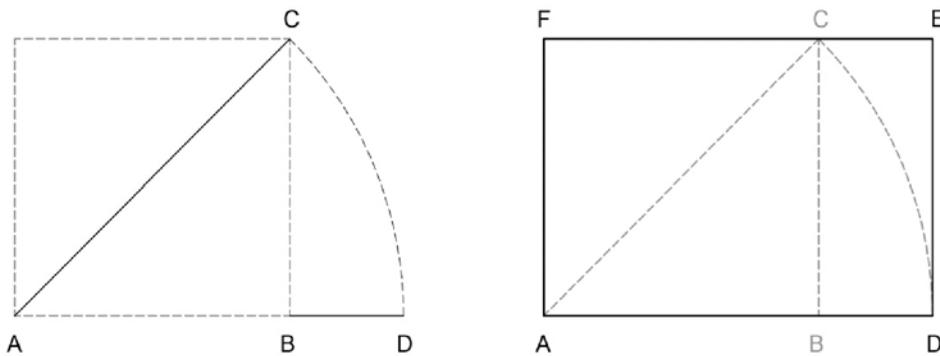
¿Queda todavía alguna proporción más por descubrir?

En este dibujo todo tiene relación con la geometría. Hasta el tamaño del papel. Aunque debido a su antigüedad presenta los bordes un poco irregulares las dimensiones aproximadas de la hoja son, como ya vimos, 34,4 x 24,5 cm.

Si dividimos $\frac{34,4}{24,5}$ nos da 1,404... Es un valor muy aproximado al de $\sqrt{2} = 1,414 \dots$

Esto quiere decir que el rectángulo del papel tiene una proporción aproximada de $\frac{\sqrt{2}}{1}$. Y ¿qué tiene de especial esta proporción? Pues que es la que tienen los formatos A3, A4, etc. que usamos actualmente para escribir y dibujar. Los folios que ponemos en la impresora, por ejemplo. Es un rectángulo que si lo doblamos por la mitad sigue manteniendo las mismas proporciones, y si lo duplicamos también. Por eso, al ampliar o reducir en la fotocopidora las proporciones se mantienen.

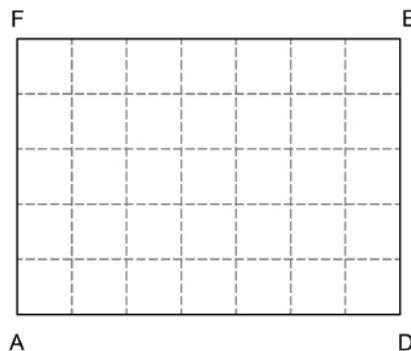
Dibujar este rectángulo también es muy sencillo.



Si partimos de un cuadrado de lado AB trazaremos un arco de centro en A y radio AC hasta que corte en D a la prolongación de AB. AD es el lado mayor del rectángulo.

Por Pitágoras sabemos que $AB^2 + BC^2 = AC^2$. Si AB tiene un valor de 1 entonces $1^2 + 1^2 = AC^2$ luego $AC = \sqrt{2}$.

Pero también se puede dibujar un rectángulo con una proporción casi igual al anterior sin necesidad de usar el compás, y con medidas que se puedan trasladar con una simple regla graduada. Si dividimos $7/5$ el resultado es 1,4 que es un valor muy cercano a $\sqrt{2}$. Por lo tanto, bastará con dibujar un rectángulo cuyos lados midan 7 y 5 para obtener también un formato con las proporciones aproximadas del papel que usó Leonardo.



¿Quieres saber más?

En internet tienes mucha información, como bien sabes, pero también es una buena idea consultar algunos de estos libros:

Sobre Leonardo hay un libro maravilloso que recoge toda su obra como pintor y dibujante. Ahí lo tienes todo. Se titula *Leonardo da Vinci: obra pictórica completa y obra gráfica*. Está publicado por Taschen en 2003 y su autor es Frank Zöllner. Sobre la proporción áurea puedes leer el libro de Fernando Corbalán titulado *La proporción áurea, el lenguaje matemático de la belleza*, publicado en 2010 por RBA. De Gary B. Meisner es otro libro con un título muy parecido al anterior: *La proporción áurea. La divina belleza de las matemáticas* (Ed. Librero, 2018). Pero si además quieres practicar inglés te recomiendo un librito precioso que se titula *The Golden Section. Nature's Greatest Secret* cuyo autor es Scott Olsen y está publicado por Wooden Book en 2009.

Leonardo, el anatomista, sus contribuciones al desarrollo de la anatomía y la fisiología

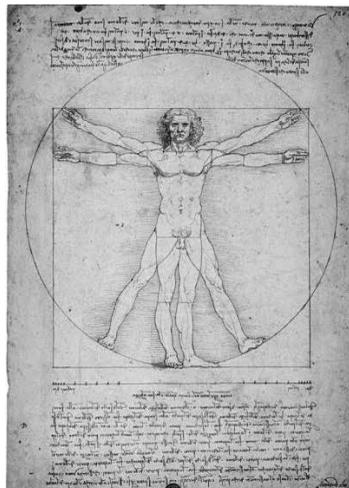
Patricia Pérez López

Profesora de Biología y Geología. IES Antonio de Mendoza

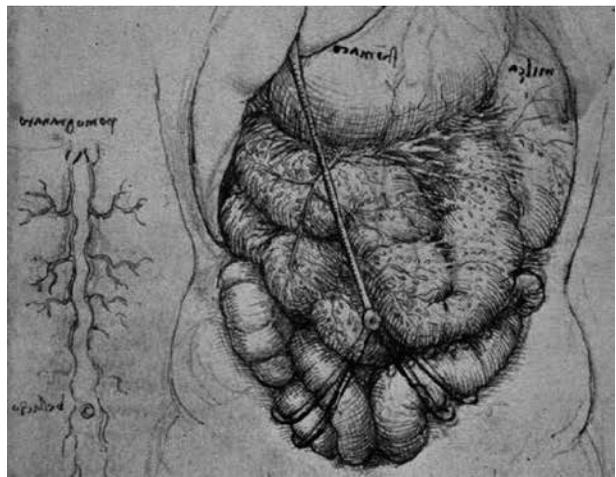
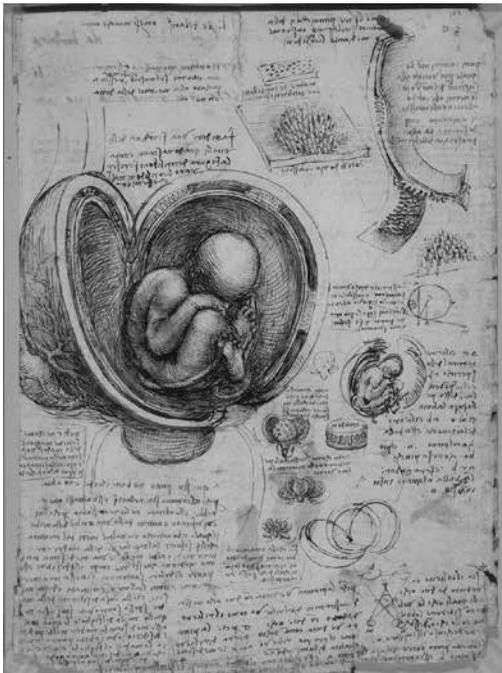
El genio del Renacimiento italiano mostró siempre un gran interés por la anatomía humana. Tanto es así, que trató de publicar un tratado que reunía sus numerosas investigaciones sobre la forma y composición del cuerpo humano. Este tratado nunca llegó a ver la luz, pero de haberlo hecho, sería una de las obras sobre anatomía más importantes de todos los tiempos. Afortunadamente, se conservan algunos de sus cuadernos de bocetos, y recientemente dos exposiciones paralelas han reunido sus extraordinarios dibujos: la muestra *Leonardo da Vinci: la mecánica del hombre*, que se pudo visitar en 2013 en el Queen's Gallery del Palacio de Holyroodhouse, en Edimburgo; y la exposición *Leonardo da Vinci. El hombre universal* en las Galerías de la Academia, en Venecia.

Tal era el nivel de exigencia del artista italiano, que en su búsqueda de la perfección en la pintura del hombre se dispuso a comprender la estructura y composición de su cuerpo, inicialmente a través de la observación de la superficie y del estudio de científicos como el médico griego Claudio Galeno, del siglo II d.C. Esos fueron los comienzos del “Leonardo anatomista”, quien conforme profundizaba en el esqueleto y musculatura humana comenzó a olvidarse de sus intereses artísticos para adentrarse en la investigación científica. Al principio de sus investigaciones, Leonardo no pudo acceder directamente a cadáveres para estudiarlos, y se tuvo que conformar con observar las disecciones que hacían los médicos de los cuerpos criminales ejecutados.

Para saciar su curiosidad, el investigador comenzó a diseccionar animales para conocer no solo músculos y huesos, sino también los órganos que los componían y cómo se relacionaban entre ellos, algo imprescindible para la fisiología o estudio del funcionamiento del organismo. De ahí, que en algunos de sus dibujos se represente, por ejemplo, el aparato digestivo con dos estómagos, consecuencia de haber observado la disección de una vaca.

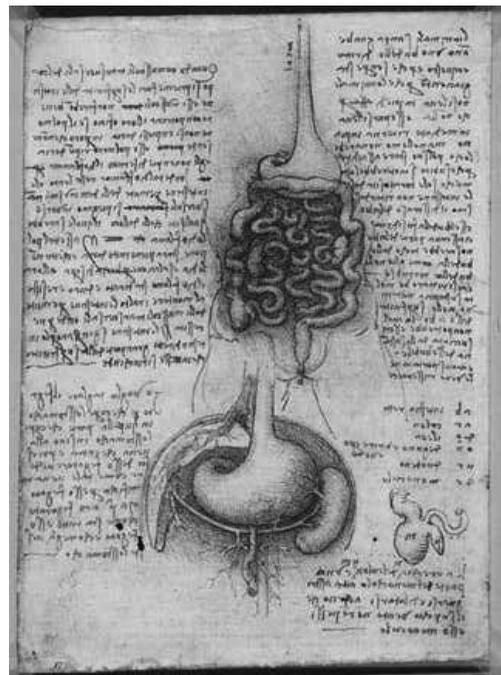


Poco a poco la fama de Leonardo lo fue posicionando como un investigador prestigioso al que se le dio acceso a algunos cadáveres para su estudio. En la Universidad de Pavía, al sur de Milán, pudo examinar 30 cadáveres de criminales ejecutados o suicidas. Puesto que no existían cámaras frigoríficas, estas disecciones se practicaban, principalmente, en los meses de invierno. Sin embargo, el hecho de no ser médico le limitaba tremendamente el acceso a diferentes tipos cuerpos, como cadáveres de mujeres, de manera que algunos de sus bocetos de organismos femeninos, como el dibujo de un feto en el interior del útero, es una representación creada a partir de la disección de una vaca. Es por eso que el anatomista cometió algunos errores, como el de conectar el útero de la mujer con su pecho, donde, según describió Galeno, la sangre menstrual se convertía en leche.

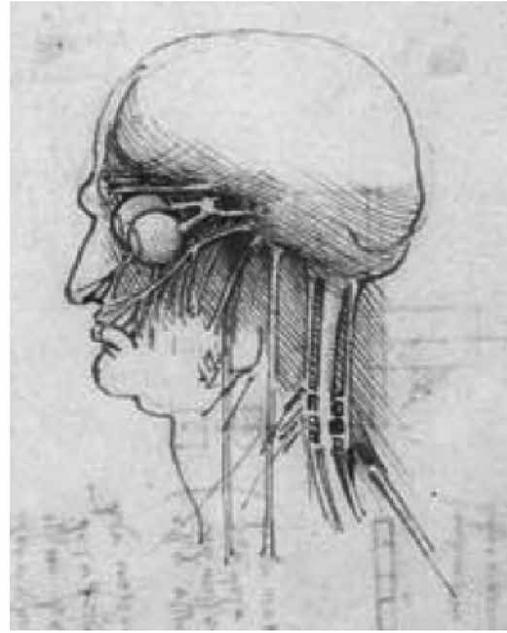


Leonardo recibió también algunas donaciones, como la de un anciano moribundo que le permitió diseccionar su cuerpo justo después de morir, donde el científico describió por primera vez una cirrosis hepática y el estrechamiento de las arterias, probablemente por arteriosclerosis. También fue el primero en describir cómo es y dónde se localiza el apéndice, cuyo mal se conocía en su época como “enfermedad del lado derecho”, por la que murió mucha gente.

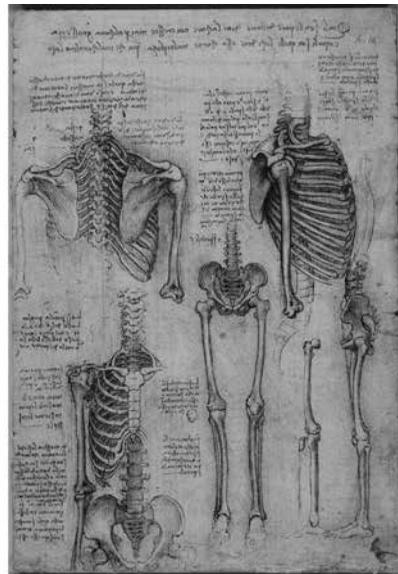
De una calidad excepcional son sus representaciones sobre la musculatura y esqueleto humano. Los estudios del artista comenzaron por la cabeza, en 1489. Abrió y analizó diversos cráneos y los dibujó con gran detalle desde distin-



tas perspectivas, mostrando la relación anatómica del cerebro y sus ventrículos, venas y algunos órganos de los sentidos, como el ojo, por el que Leonardo sentía especial interés puesto que lo consideraba el órgano sensorial más importante y que, según él, estaba relacionado con el sentido común, como llamó al punto de intersección entre los dos nervios ópticos, y el alma, que localizó en el hipotálamo.

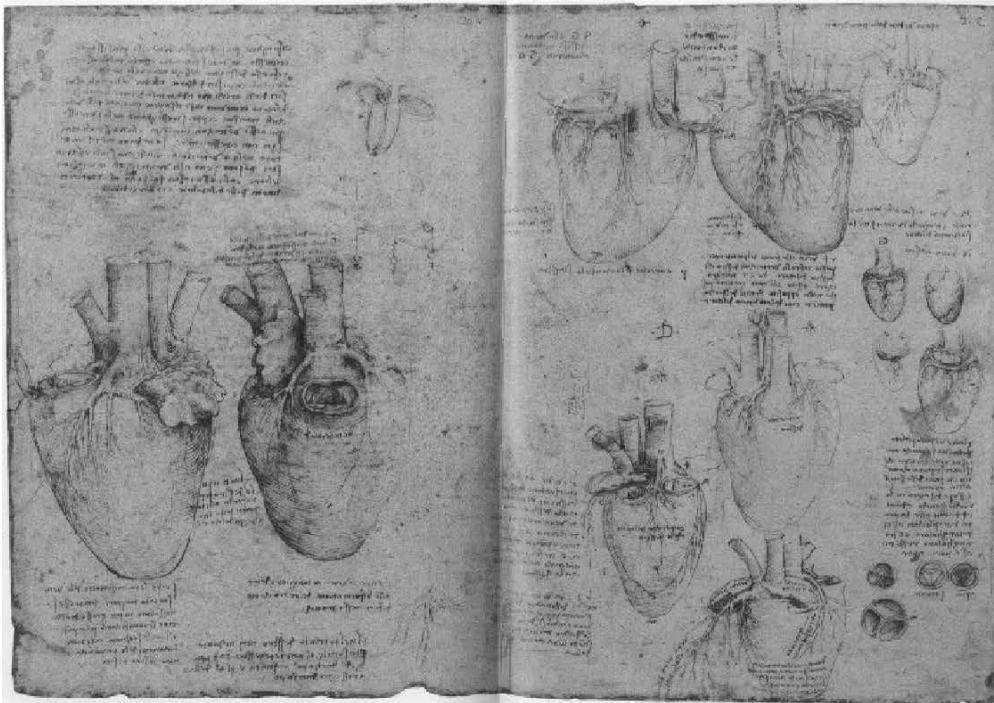


A partir de ahí se fue adentrando en los huesos y músculos, y su relación dentro del organismo humano. Analizó en profundidad algunas articulaciones, como la del hombro; y representó casi con exactitud la columna vertebral humana, mostrando su posición curvada y sus vértebras.



No solo estudió el sistema osteomuscular y el aparato digestivo, sino que describió con gran detalle el corazón y el sistema nervioso. Aquello que Leonardo no podía dibujar, lo describía con palabras, de ahí que sus bocetos estén acompañados de anotaciones con las que el científico trataba de compartir las averiguaciones que hacía y su forma de entender la anatomía y funcionamiento del organismo humano.

Este magnífico legado del científico en forma de bocetos, dibujos y anotaciones podría haber sentado las bases de la fisiología humana y la medicina de no haber permanecido inéditos durante varios siglos. Quizá la ciencia en general, y la biología en particular, no serían lo mismo hoy en día si Leonardo da Vinci hubiese podido seguir investigando y publicar su tratado de anatomía.



Bibliografía y procedencia de las imágenes

- https://www.nationalgeographic.com.es/historia/actualidad/dos-muestras-rescatan-los-dibujos-de-leonardo-da-vinci_7616/3
- <http://www.thelightingmind.com/los-estudios-anatomicos-de-leonardo-da-vinci/>
- <http://www.nature.com/nature/journal/v484/n7394/full/484314a.html>
- Leonardo da Vinci: anatomista. Disponible en: [//www.rct.uk/sites/default/files/Leo%20languages_Spanish_0.pdf](http://www.rct.uk/sites/default/files/Leo%20languages_Spanish_0.pdf)
- https://www.bbc.com/mundo/noticias/2012/05/120502_leonardo_da_vinci_anatomia_yv
- <http://spain.intofineart.com/htmlimg/image-38534.htm>
- <https://www.20minutos.es/noticia/422253/0/corazon/da/vinci/>
- https://elpais.com/cultura/2013/08/21/album/1377113574_927840.html#foto_gal_5
- <https://www.publico.es/culturas/cinco-siglos-leonardo-genio-dibujo-entranas-del-cuerpo-humano.html>

Leonardo y las plantas: de arte a ciencia

Manuel Ruiz Rejón

Profesor de Genética

Leonardo da Vinci se interesó por la naturaleza en su conjunto: desde los astros, la luz, el viento y las nubes hasta las rocas, las aguas y los mares, pasando por los animales y las plantas que pueblan la Tierra. Quién esté interesado en cómo Leonardo trató y utilizó los animales en su obra pictórica y en sus manuscritos, puede consultar el artículo titulado “Leonardo Da Vinci y sus aportaciones a la zoología” publicado por el autor de este artículo el 11 de Marzo de 2019 en OpenMind de Materia- El País. Aquí y ahora se analiza cómo Leonardo utilizó las plantas en primer lugar para fines artísticos y simbólicos. Y cómo, además, las estudió más profundamente obteniendo diversas conclusiones “científicas” sobre ellas.

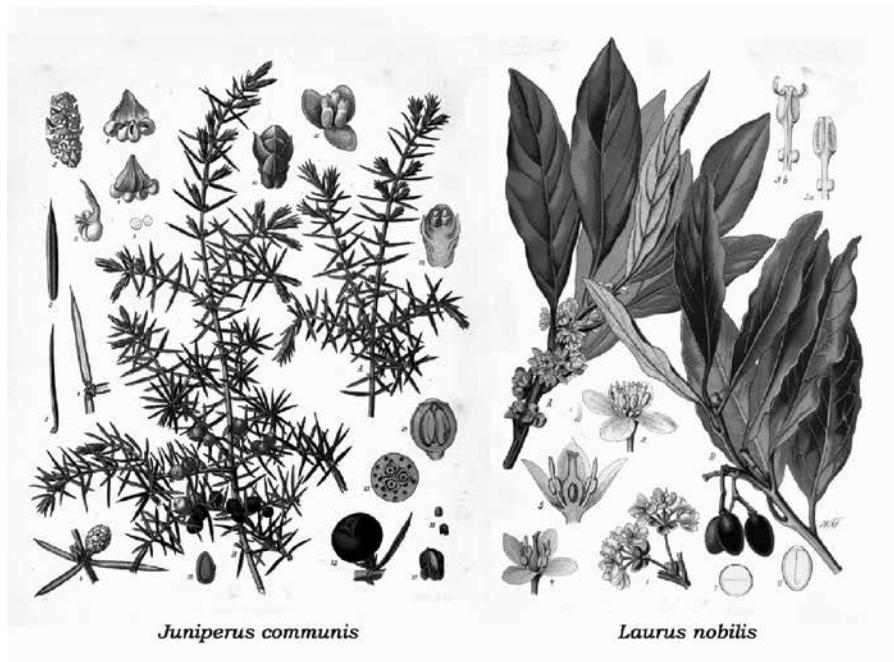
1. Las plantas de sus pinturas

Las plantas están presentes en gran parte de la obra pictórica de Leonardo (1). Por ejemplo, en la Adoración de los Magos, en la Anunciación o en Ginebra de Benci y la Virgen de las Rocas. En estas pinturas, tras las figuras humanas -o divinas- aparecen paisajes con diversos árboles o arbustos, que en principio se puede pensar que sólo están ahí para ponerlas en perspectiva, algo que reforzó además con su idea genial del sfumato. Y asimismo entre los personajes aparecen otras plantas a las que también en principio se les puede considerar como simples “adornos”.

Pero contra esta impresión inicial es claro que en algunas de ellas los arbustos y las flores tienen un claro significado alegórico-simbólico. Así en el retrato de Ginebra los enebros tras ella son una clara alusión al nombre -en italiano el enebro es ginepro- y a la “pureza” de la dama, lo que viene reforzado porque en el reverso del retrato figuran tres arbustos -de nuevo el enebro, pero también la palma y el laurel- que además de aludir a la dama, a su nombre y a sus virtudes, lo hacen al nombre de la persona que posiblemente encargó la obra, un embajador veneciano amante más o menos platónico de ella y en cuyo emblema figuran tales plantas. Otras fuentes, por el contrario, señalan hacia su propio padre como quién solicitó el retrato.



Ginebra de Benci. Leonardo da Vinci, 1474-1476. (Fuente: Wikipedia).

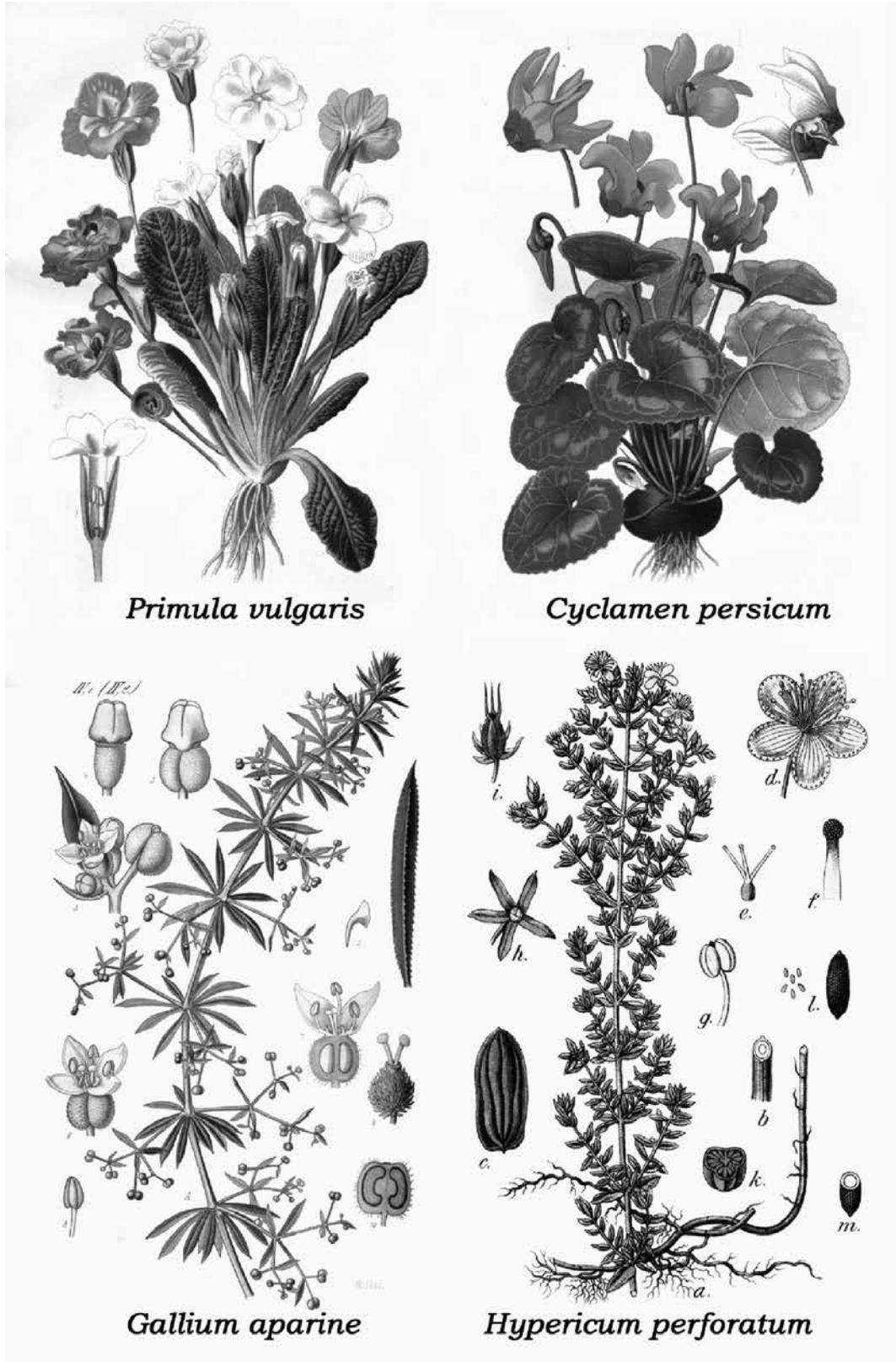


Enebro (*Juniperus communis*) y laurel (*Laurus nobilis*) algunas de las plantas presentes en el cuadro Ginebra de Benci.



La Virgen de las Rocas. Leonardo da Vinci, 1483-1486. (Fuente: Wikipedia).

Asimismo, en una de sus pinturas más controvertidas, La Virgen de las Rocas (recuérdese su “papel” en El Código da Vinci, o las discusiones sobre la autoría de sus varias copias, la de París, la de Londres y otra u otras), da Vinci incluye una serie de plantas -primaveras, ciclámenes, lirios, galios, acantos, hipéricos...- que, en principio, se puede pensar que son sólo adornos botánicos. Pero luego se comprueba en primer lugar que son muy adecuados a la zona de umbría -de una gruta- donde se desarrolla la escena. Y en segundo que tienen un claro sentido alegórico. Así, la primavera -Primula- junto al brazo del Niño Jesús, puede significar la pureza por sus flores blancas sustituyendo al símbolo tradicional de dicha virtud que es la rosa blanca, pero que no es adecuada para ese entorno. O el galio -una planta que puede vivir en los pesebres- sobre el brazo izquierdo de la Virgen puede aludir a la leyenda de que San José le hizo un lecho de tales plantas en el momento del parto. Y el ciclamen representaría al amor por sus hojas en forma de corazón, el hipérico o hierba de San Juan con sus manchas rojas en las flores a la sangre de la pasión, el acanto a la resurrección puesto que se plantaba en los cementerios. Y así todas las plantas que incluyó en este maravilloso cuadro.



Algunas de las plantas que aparecen en La Virgen de las Rocas.

2. Las plantas en sus dibujos

En contraste con la escasa producción de cuadros (no llegan a una veintena, y en discusión) Leonardo realizó miles de dibujos: de personas, de máquinas, de paisajes, de edificios, anatómicos, de animales y, obviamente, también de plantas (1).

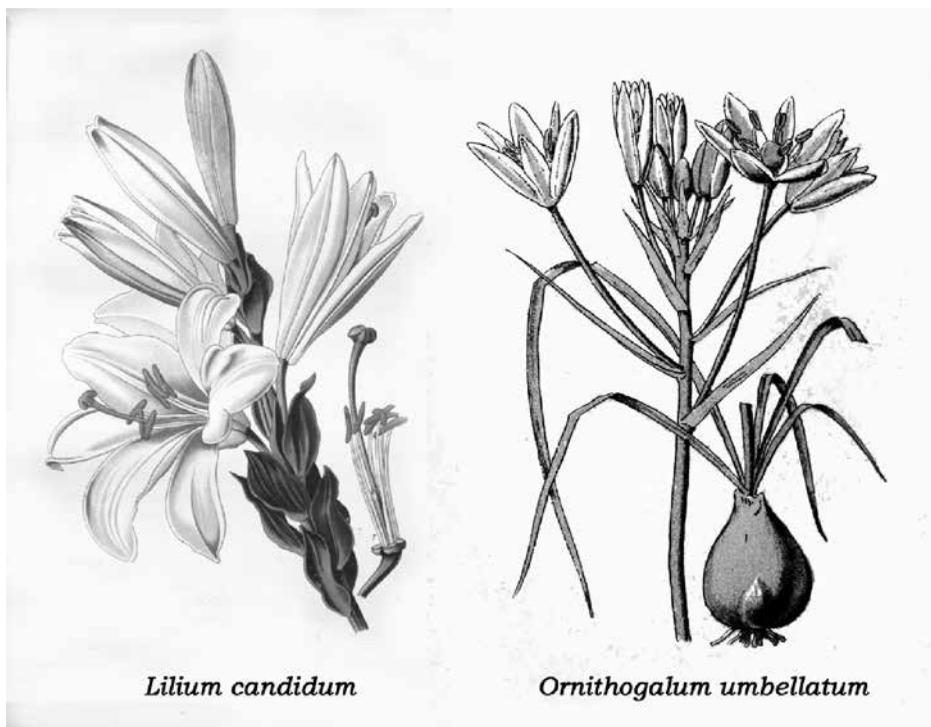
En algunos casos los dibujos de las plantas eran estudios para luego incluirlos tal cual en algún cuadro. Esto es lo que sucede con sus dibujos de lirios blancos o azucenas (*Lilium*) que luego incluye en su cuadro de La Anunciación junto a la figura del ángel, como un símbolo de pureza.



La Anunciación. Leonardo da Vinci, 1472. (Fuente: Wikipedia).

Y también es el caso de los dibujos de la llamadas estrella de belén o leche de gallina (*Ornithogalum*) que luego incluyó además de en la Virgen de las Rocas de El Louvre en alguna de sus versiones de Leda y el Cisne. Aquí lo que destaca es la disposición en remolino de las hojas siguiendo lo que para Da Vinci era una regla general de los movimientos del agua y de la naturaleza en general. Con respecto a esta planta, es interesante mencionar como en la copia inglesa de la Virgen de las Rocas hay una planta que por la flor se asemeja a un narciso aunque sus hojas corresponden a un *Ornithogalum*; en definitiva que es una planta “quimérica”. Entre otras cosas esto ha servido de argumento para algunos estudiosos de la obra de Leonardo que han defendido que esta copia no es suya, pues sus plantas son siempre las “reales”. Para otros en cambio se trataría de un caso en que Leonardo se dejó llevar por su imaginación, algo que también pasó con sus animales.

Finalmente, en algún caso los dibujos de las plantas aparentemente no fueron trasladados a sus pinturas. Así sucede con el magistral dibujo de una rama de zarzamora (*Rubus*) en el que se ha querido ver por un lado toda la genialidad y meticulosidad como dibujante de Da Vinci, y por otro lado toda su capacidad de observación y de generalización como botánico y “científico”. Al parecer este dibujo estaba realizado “per se”, y en todo caso pensado para aparecer en un tratado sobre las plantas que no llegó a escribir, aunque hay dudas de que también lo incluyera en alguna copia actualmente perdida de las varias que hizo de la mencionada Leda y El Cisne.



Otras plantas incluidas por Leonardo da Vinci en sus cuadros.

3. Las leyes de la botánica en sus manuscritos

En sus numerosos manuscritos -también miles repartidos actualmente en diversos códices (1)- Leonardo demuestra también un conocimiento profundo de las plantas, exponiendo algunos conceptos e ideas sobre ellas que con el tiempo se han convertido en leyes y reglas generales de la Botánica.

Así, siguiendo sus escritos (aunque es algo que no es fácil pues la mayoría están realizados al revés y se necesita un espejo para leerlos) se puede ver que Leonardo realizó observaciones sobre cómo las plantas se mueven frente a la luz, el Sol y la propia Tierra. Con el tiempo se ha considerado que Da Vinci fue el primer autor que de forma muy atinada describió fenómenos como el fototropismo, el heliotropismo y el geotropismo que experimentan las plantas, fenómenos que en la actualidad siguen siendo investigados en profundidad.

Pero además Leonardo fue el primero que se fijó en las características de los anillos de los troncos de los árboles proponiendo que su número se puede utilizar para estimar su edad pues cada anillo correspondería a un año, y su tamaño como indicador del clima del año en que se formaron (cuanto más grandes, señal de mejor clima), lo que está en la base de la ciencia que después se desarrolló con el nombre de Dendrocronología.

Y asimismo realizó observaciones sobre el crecimiento de las plantas. De hecho, reconoció que en los árboles la zona de crecimiento del tronco estaba entre la corteza y el anillo más exterior -aunque no llegó a reconocer la existencia de la región concreta que en la actualidad se llama el cambium-. Y por lo que respecta a la disposición de las hojas y los nuevos brotes en los tallos, describió tres patrones -opuestos, alternados, en

espiral- defendiendo que el segundo es el más frecuente en la naturaleza, todo lo cual ha engendrado después un campo de la Botánica: la Filotaxia.

Estos fenómenos botánicos descritos por da Vinci fueron tratados posteriormente por diversos literatos con interés por la naturaleza como Montaigne o Goethe, y estudiados ya “científicamente” por botánicos y naturalistas como De Candolle, Bonnet o Malpighi. Pero en ningún caso reconocieron el precedente de Leonardo, lo que pudo deberse a que en esos tiempos no se habían difundido sus escritos. Desde que disponemos de ellos -aunque seguramente algunos se han perdido- ya sí se ha reconocido el valor científico y la “primogenitura” de sus observaciones sobre estos fenómenos (2), y como hemos dicho en cada caso han supuesto el origen de distintos campos de la Botánica.

Finalmente, hay una idea botánica de Leonardo que sólo recientemente está siendo reconocida. Se trata de que si se reunieran y comprimieran todas las ramas de un árbol a partir del punto de ramificación, la anchura y la longitud del conjunto se igualarían con la del tronco principal. Esta idea, ahora llamada la “regla de Leonardo”, está sirviendo de partida para investigar si la altura y la (bio)masa global de los árboles sigue algún patrón. E incluso para analizar a qué se puede deber. De hecho, Da Vinci propuso que se daba por razones hidráulicas: para permitir la llegada del agua a todas las zonas de las plantas. En la actualidad esta hipótesis se está contrastando con otras como que tal correspondencia se podría dar, también, por razones estructurales: para poder resistir adecuadamente frente a estreses como los vientos (3).

Bibliografía

1. Aunque existe una gran cantidad de material sobre Leonardo y su obra, en la página web discoveringdavinci.com se reúne gran parte de sus cuadros, dibujos y manuscritos.
2. La “primogenitura” de las ideas científicas de Leonardo sobre las plantas ya se reconoció tan pronto como en 1870 por Bennett, A.W. Leonard da Vinci as a botanist. *Nature*, Thursday, May, 19, pp.42-43.
3. Eloy, Ch.2011. Leonardo’s Rule, Self-Similarity and Wind-Induced Stresses in Trees. *Physics Review Letters*, 107, 258501.

Procedencia de las imágenes

Ginebra de Benci: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/archive/3/39/20180226055333%21Leonardo_da_Vinci_-_Ginevra_de%27_Benci_-_Google_Art_Project.jpg.

La Virgen de las Rocas: ([https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Leonardo_Da_Vinci_-_Vergine_delle_Rocce_\(Louvre\).jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Leonardo_Da_Vinci_-_Vergine_delle_Rocce_(Louvre).jpg)).

La Anunciación: (https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b0/Annunciation_%28Leonardo%29_%28cropped%29.jpg)

Imágenes de plantas: elaboración propia a partir de imágenes procedentes de Wikicommons.

Los poliedros de Leonardo

Baltasar Raya Moral

Catedrático de Dibujo (jubilado). IES San Juan de la Cruz. Úbeda

El presente artículo consiste en un extracto del estudio publicado por el autor con ISBN: 978-84-15969-83-9, sobre los dibujos realizados por Leonardo da Vinci por encargo del matemático Luca Pacioli para ilustrar su libro *De divina proportione*. Sentimos no poder ofrecer al lector más que una mínima parte del estudio completo dada la limitación de espacio del presente artículo.

La figura de Leonardo da Vinci y, especialmente su obra, en cualquiera de sus múltiples manifestaciones, siempre despierta interés y admiración. Asombra su incansable capacidad investigadora, diversificada en multitud de campos en los que su espíritu inquieto encuentra motivación para su estudio y análisis. Su obra pictórica, de primer orden y su obra gráfica, no menos importante, reflejada en sus valiosos estudios anatómicos, arquitectónicos, botánicos, cartográficos, de ingeniería, geométricos, etc., muestra la versatilidad y los amplios conocimientos de una mente privilegiada en un continuo proceso investigador, que desvela los secretos de todo aquello donde el genio posa su inquisitiva mirada.

Los estudios que realizó sobre la anatomía humana plasmados en excelentes y clarificadores dibujos, abrieron puertas en el avance de la medicina. Del mismo modo podríamos hablar de sus proyectos de ingeniería, parte importante de la prolífica producción de una mente que sobrevuela la de la mayoría del resto de los mortales.

Nuestro interés se centra, en este caso, en el estudio y análisis de los dibujos que realizó por encargo del eminente matemático Luca Pacioli¹, para que ilustraran el libro de éste *La divina proporción*, dedicado a Ludovico Sforza² “il Moro”, duque de Milán.

El presente trabajo va dirigido al estudio de los poliedros regulares y sus interrelaciones tratados por el mencionado Luca Pacioli y los dibujos de Leonardo, tratando de recorrer el proceso necesario para la obtención de los mismos, a partir de sus proyecciones diédricas, que vendrán a confirmar cómo se llega al resultado final logrado por Leonardo

¹ Luca Pacioli (Borgo de San Sepolcro, 1445 – Roma, 1510) discípulo de Piero della Francesca, quien lo introduce en el campo artístico y de las matemáticas. Tomó en Roma en 1470 el hábito franciscano.

Tras ejercer la docencia en distintas universidades, se traslada a la corte de Ludovico Sforza *il Moro* en Milán, donde conoció a Leonardo da Vinci.

Entre otras publicaciones destacaremos *De divina proportione*, ilustrada por Leonardo, escrito en 1498 y publicado en Venecia 1509, en el que aparecen los sesenta poliedros de Leonardo y *el hombre ideal* o *el hombre de Vitrubio*, relacionados con el número Φ .

² Ludovico Sforza (1452 – 1508) apodado el Moro, convertido en duque de Milán a los 42 años. Participó en la Primera y Segunda Guerras Italianas. Adquirió fama, sobre todo, por su mecenazgo en favor de Leonardo da Vinci y otros artistas.

y que desconocemos, yo al menos, qué pasos intermedios tuvo que realizar el genio para llegar a su concreción final.

Nuestro deseo es el de mostrar el proceso previo e intermedio que Leonardo tuvo que realizar, sin duda, para llegar a la conclusión final. Esperamos haber cumplido el objetivo y que el presente trabajo ilustre y/o confirme al lector su comprensión.

Esperamos que esta aportación sea grata para quien esté interesado en ello y sirva, al mismo tiempo, como modesto homenaje y reconocimiento al talento tanto del eminente matemático como del genial artista.

1. Los poliedros regulares.

Se denomina *poliedro* a un sólido limitado por caras planas, que encierran un volumen finito.

El término poliedro procede del griego πολύεδρος (muchas caras).

Los poliedros pueden ser regulares o irregulares, cóncavos o convexos.

Los poliedros regulares son aquellos cuyas caras son polígonos regulares iguales entre sí y en cada uno de sus vértices convergen el mismo número de caras y el mismo número de aristas.

Son cinco los poliedros regulares convexos: tetraedro, hexaedro o cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

Sólo pueden ser cinco los poliedros regulares convexos, ya que en un mismo vértice no pueden concurrir un número de caras poligonales cuya suma de sus ángulos convergentes sea igual o mayor que la suma de cuatro ángulos rectos, es decir, 360° o lo que es igual, a una superficie plana. La posibilidad de no superar o igualar mediante la suma de ángulos convergentes 360° , sólo se da en los poliedros convexos conocidos desde la antigüedad como regulares.

En todo poliedro regular (a excepción del tetraedro) a toda cara le corresponde otra opuesta, igual e invertida, siendo ambas paralelas. A toda arista le corresponde otra opuesta que le es paralela. Todo vértice tiene otro diametralmente opuesto.

El área total de un poliedro se obtiene mediante la suma de la de cada una de sus caras. El volumen de un poliedro regular es igual a la tercera parte del producto de su área por la apotema.

2. El número áureo o de oro.

Se denomina *número áureo* a una interesante y enigmática cifra que se representa por la letra griega Φ mayúscula, Φ y cuyo valor es: $1,61803398\dots = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Era ya conocido en el antiguo Egipto y en la Grecia clásica. Fue divulgado por Euclides, fundador de la Escuela de Alejandría, hacia el año 300 a. de C. en su libro *Elementos de Geometría*.

El número Φ se encuentra presente, de manera implícita: a) en la geometría; b) en la matemática y c) en la naturaleza. A continuación pondremos algunos ejemplos.

a) Para obtener la sección áurea de un segmento (media y extrema razón) también llamada *divina proporción*, según muestra la fig. 2.1, se divide un segmento en dos partes, de forma tal que, el todo es a la parte mayor, como ésta al resto; es decir: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \Phi$.

En el rectángulo áureo (fig. 2.2) el cociente entre sus lados mayor y menor es igual a Φ . Diremos también para mayor información, que los formatos de las tarjetas de crédito, sanitarias, D.N.I. y otras, corresponden a rectángulos áureos.

En el pentágono estrellado (fig. 2.3) tenemos que: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \Phi$.

En el decágono estrellado de paso 3 (fig. 2.4) tenemos que: $\frac{l}{l} = \frac{a}{b} = \Phi$.

En el triángulo interlineado tanto del decágono como del pentágono de la fig. 2.5, tenemos que: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = 1,61803398... = \Phi$.

Hemos detectado también la presencia del número áureo en el dodecaedro, cuyas proyecciones diédricas se representan en la fig. 2.6. Si aplicamos la sección áurea a la cota que se establece entre las caras básicas, tanto si se realiza de arriba abajo o de abajo arriba, vemos que coinciden con la cota que alcanzan los vértices intermedios (periféricos en planta) de manera tal que: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \Phi = 1'6180$. También hemos observado que la razón entre los segmentos (*e* y *f*) que se crean en la proyección horizontal en la representación de las caras básicas, es igual a $1'6180 = \Phi$. Por último, la razón entre la diagonal del sólido (D) y su proyección ortogonal (P) se aproxima al número áureo: $\frac{D}{P} = 1'647265 \approx \Phi$.

Si tenemos un icosaedro inscrito en un dodecaedro, fig. 2.7, la relación entre sus aristas es igual a $\frac{\Phi^2}{\sqrt{5}}$.

En el icosaedro, fig. 2.8, se pueden formar hasta quince rectángulos áureos tomando como lados menores dos aristas opuestas del poliedro, figs. 2.8 y 2.9.

Si obtenemos la sección áurea de uno de los lados de un hexágono inscrito en una circunferencia, el segmento medio de dicha sección áurea es igual al lado de un decágono inscrito en la misma circunferencia. Fig. 2.10.

b) En el campo matemático lo podemos encontrar en la *sucesión de Fibonacci*³. Esta sucesión numérica consiste en una serie de términos en que cada uno se obtiene (a partir del segundo) con la suma de los dos que le preceden: 1-1-2-3-5-8-13-21-34-55-89-144-233-377-610-987-1597-2584-4181-6765-10946-17711...

Si dividimos cualquiera de estos términos por el precedente, vemos que el cociente se aproxima al número Φ , tanto más, cuanto más nos alejemos del inicio, por ejemplo: 13:8 = 1,625; 89:55=1,61818181; 4181:2584= 1,618034; 17711:10946= 1,618033985...

También encontramos otra relación entre la sucesión de Fibonacci y Φ , que exponemos a continuación:

$$\begin{array}{ll} \Phi^3 = 2\Phi + 1 & \Phi^6 = 8\Phi + 5 \\ \Phi^4 = 3\Phi + 2 & \Phi^7 = 13\Phi + 8 \\ \Phi^5 = 5\Phi + 3 & \Phi^8 = 21\Phi + 13 \end{array}$$

...⁴

³ Leonardo Pisano (1170 – 1240) conocido como Fibonacci (hijo de Bonacci) nació en Pisa, hijo de un pu-
diente mercader, conoció en sus viajes al mundo árabe la numeración indo-arábiga, el álgebra y el cálculo
árabe que introdujo en Europa a través de su obra *Liber abaci* (el libro del ábaco) que contenía criterios de
divisibilidad, descomposición en factores primos, problemas de álgebra, contabilidad, etc. Su influencia fue
decisiva en la adopción de nuevos sistemas de cálculo, que desterraron los viejos métodos usados por los
abacistas. Es también autor del libro *Práctica geométrica*, que contiene los principios de la trigonometría.

⁴ Corbalán, Fernando. *La proporción áurea*. Editec, 2010. p. 34.

Fig. 2.1

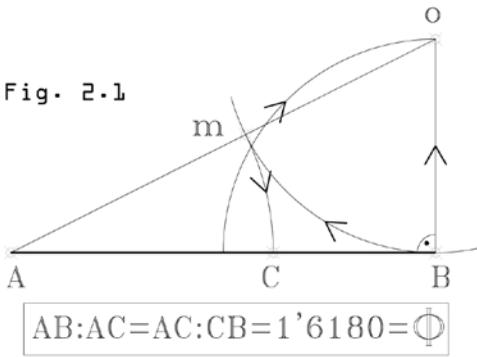


Fig. 2.2

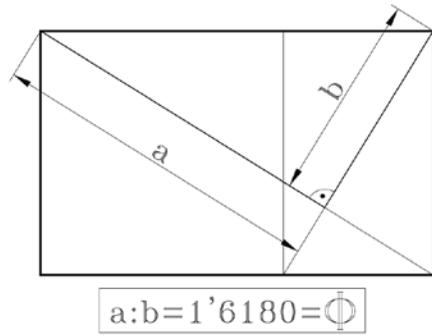
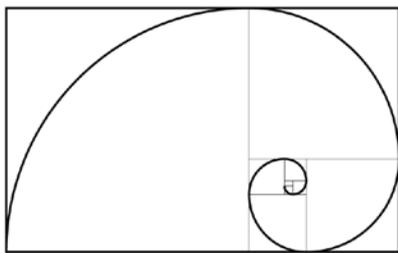
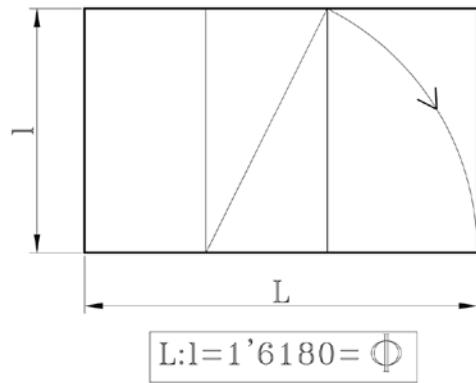


Fig. 2.3

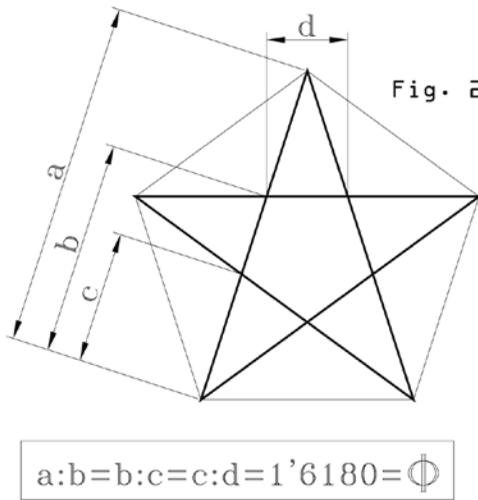


Fig. 2.4

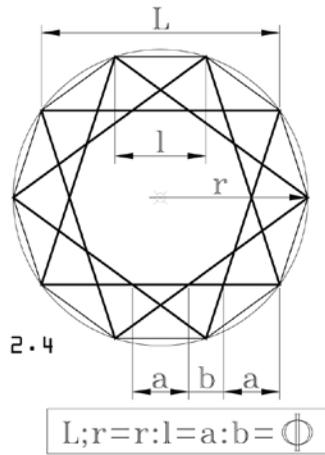
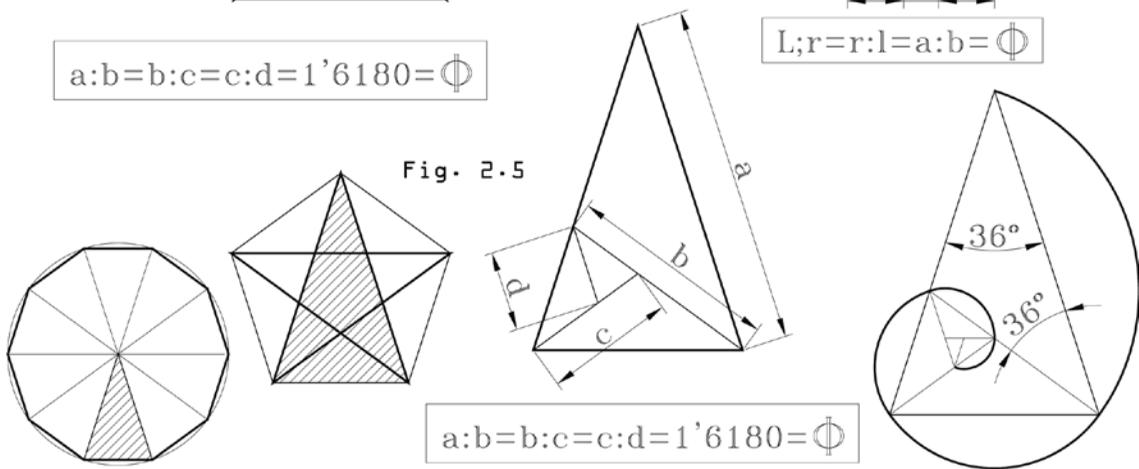
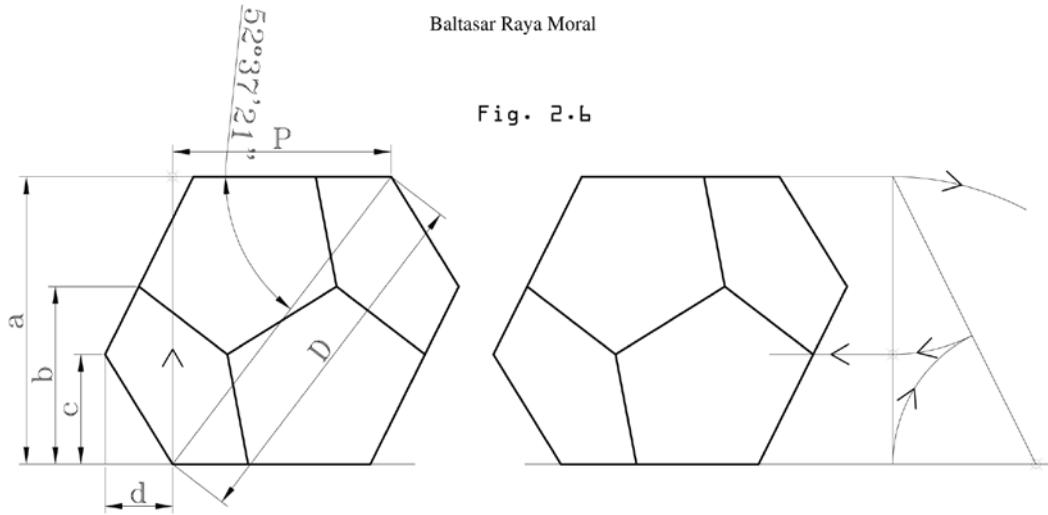


Fig. 2.5



Baltasar Raya Moral

Fig. 2.6



$$a:b=b:c=c:d=1'6180=\Phi$$

$$D:P=1'647265\approx\Phi$$

$$e:f=1'6180=\Phi$$

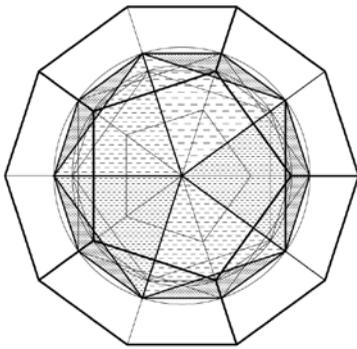
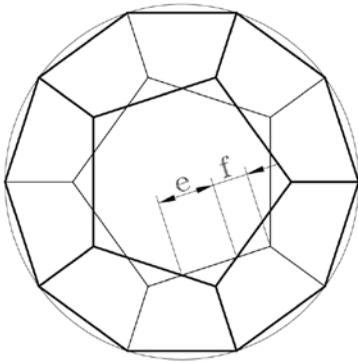


Fig. 2.7

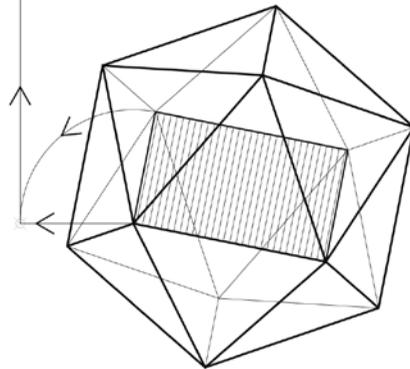
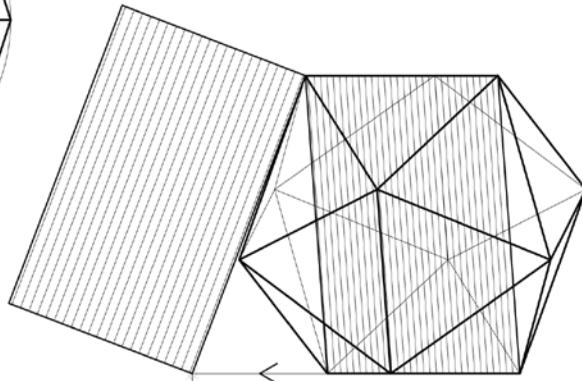


Fig. 2.8

Obsérvese que tanto los números de los coeficientes, como de los sumandos, corresponden a la sucesión de Fibonacci.

La proporción áurea fue también motivo de interés y estudio por el matemático Luca Pacioli (1445 – 1510) en su libro *De divina proportione*, ilustrado por Leonardo da Vinci, en el que aparece el dibujo del *hombre ideal de Vitrubio*, que muestra las proporciones ideales del cuerpo humano, inscrito en un círculo y un cuadrado, coincidiendo el centro de éste con el pubis y el de aquel con el ombligo. La razón entre el lado del cuadrado y el radio de la circunferencia es Φ .

c) En la naturaleza hallamos la presencia del número Φ en el crecimiento proporcional de las conchas de algunos moluscos (por ejemplo el nautilus) en el tamaño y disposición de los tallos de algunas herbáceas o en la relación que se establece entre el eje y el diámetro de los huevos de gallina.

Finalizaremos estos apuntes sobre el número Φ haciendo notar que también se encuentra en las proporciones anatómicas de la figura humana, fig. 2.11, en la que a modo de ejemplo al Canon de Policleto se le ha aplicado la sección áurea. Si a la totalidad de la altura de una persona le aplicamos la sección áurea, ésta coincide con el ombligo y si se le aplica al brazo, con el codo.

Fig. 2.9

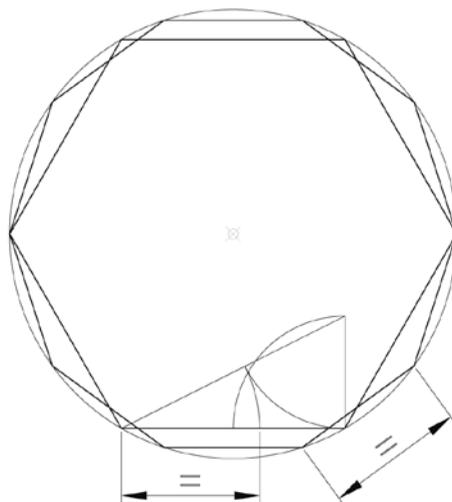
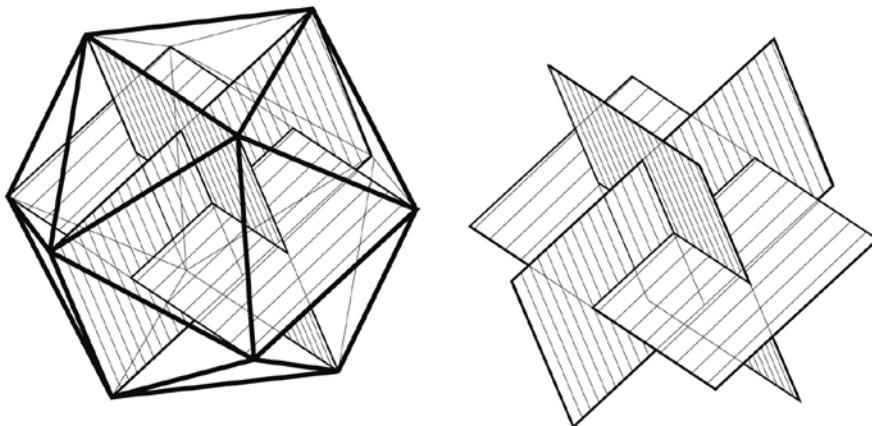
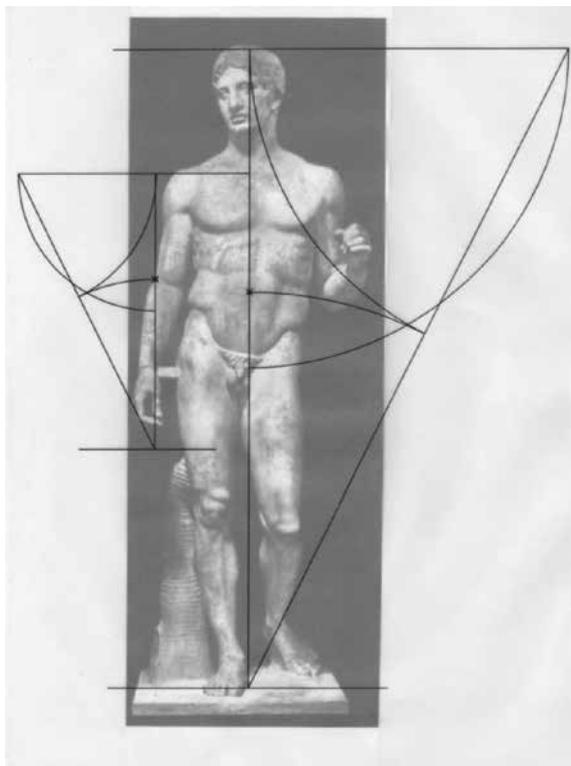


Fig. 2.10



Ante lo expuesto sobre la presencia del número áureo que, como hemos visto, se encuentra implícito en muchas formas o lugares, tanto geométricos como matemáticos o de índole natural, como agente activo, a la vez que oculto y desapercibido a primera vista, obedeciendo a alguna ley ignota por la que se rigen las pautas de la armonía y la belleza. Ante todo ello cabe preguntarse: ¿qué magia se oculta tras las cifras de este número “irracional”?

3. Los poliedros platónicos.

Los cinco poliedros regulares convexos son llamados *poliedros* o *sólidos platónicos* en honor al filósofo griego Platón⁵, a quien se le atribuye su estudio por primera vez. Algunas fuentes atribuyen su descubrimiento a Pitágoras⁶ para el tetraedro, hexaedro y octaedro y otras a Teeteto⁷, para el descubrimiento de dodecaedro e icosaedro, siendo este último el que dio la descripción matemática de los cinco poliedros.

⁵ Platón (427 a. C. – 347 a. C.) filósofo griego seguidor de Sócrates y maestro de Aristóteles, fundador de la Academia, institución que perduró más de 900 años. Su amplia y multitemática producción fue escrita a modo de diálogos, por lo que se la conoce como los Diálogos de Platón.

⁶ Pitágoras (569 a. C. – 465 a. C.) filósofo y matemático griego (primer matemático puro) conocido, fundamentalmente, por su teorema sobre el triángulo rectángulo y la aplicación de las relaciones numéricas a la teoría de pesos y medidas, así como a la teoría de la música o la astronomía. Fue fundador de la Escuela Pitagórica.

⁷ Teeteto (417 a. C. – 369 a. C.) matemático griego estudió y clasificó varias formas de números irracionales como expresiones de raíces cuadradas. Su teoría se expone con gran detalle en el libro X de los *Elementos* de Euclides, que demuestra que sólo existen cinco poliedros regulares convexos. Platón lo sitúa como interlocutor principal de Sócrates en sus Diálogos, el Sofista y el llamado Teeteto.

Los poliedros platónicos estaban asociados a los cuatro elementos de la Naturaleza en la antigüedad: el tetraedro al fuego; el hexaedro a la tierra; el octaedro al aire; el icosaedro al agua y, por último, el dodecaedro a la divinidad.

4. Tabla.

A continuación presentamos al lector una tabla donde se muestran las características más importantes de los cinco poliedros regulares.

	Tetraedro	Hexaedro	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
Caras	4	6	8	12	20
Aristas	6	12	12	30	30
Aristas por vértice	3	3	4	3	5
Vértices	4	8	6	20	12
Ángulos por vértice	$3 \cdot 60 = 180$	$3 \cdot 90 = 270$	$4 \cdot 60 = 240$	$3 \cdot 108 = 324$	$5 \cdot 60 = 300$
Caras por vértice	3	3	4	3	5
Símbolo de Schläfli	(3,3)	(4,3)	(3,4)	(5,3)	(3,5)
Característica de Euler	$4 + 4 = 6 + 2$	$6 + 8 = 12 + 2$	$8 + 6 = 12 + 2$	$12 + 20 = 30 + 2$	$20 + 12 = 30 + 2$
Área	$a^2 \cdot \sqrt{3}$	$6a^2$	$2\sqrt{3} \cdot a^2$	$3\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} \cdot a^2$	$20\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$
Volumen	$\frac{\sqrt{2}}{12} \cdot a^3$ $\approx 0,1179 \cdot a^3$	a^3	$\frac{\sqrt{2}}{3} a^3$ $\approx 0,47 \cdot a^3$	$\frac{1}{4} (15 + 7\sqrt{5}) a^3$ $\approx 7,66 \cdot a^3$	$\frac{5}{12} (3 + \sqrt{5}) a^3$ $\approx 2,18 \cdot a^3$
Ángulo diedro entre caras	$70^\circ 31' 44''$	90°	$109^\circ 28' 16''$	$116^\circ 33' 54''$	$130^\circ 11' 23''$
Ángulo entre arista y cara	$54^\circ 44' 8''$	90°	Entre aristas convergentes: 60° y/o 90°	$121^\circ 43' 3''$	$110^\circ 54' 19''$
Radio de la esfera inscrita	$\frac{\sqrt{6}}{12} \cdot a$	$\frac{1}{2} \cdot a$	$\frac{\sqrt{6}}{6} \cdot a$	$\frac{\sqrt{250+110\sqrt{5}}}{20} \cdot a$	$\frac{\sqrt{42+18\sqrt{5}}}{12} \cdot a$
Radio de la esfera circunscrita	$\frac{\sqrt{6}}{4} \cdot a$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a$	$\frac{\sqrt{15 + \sqrt{5}}}{4} \cdot a$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4} \cdot a$

5. Representación gráfica de los poliedros regulares.

Antes de proceder a la representación gráfica de los poliedros regulares, conviene informar al lector del método que seguiremos de ahora en adelante para la obtención de dicha representación y la puesta en perspectiva de los mismos, que mediante un algoritmo gráfico que parte de unos datos iniciales, consistentes en situar las proyecciones diédricas (planta y alzado) de cada uno de los poliedros para, a continuación, obtener la representación en perspectiva axonométrica de los mismos.

Sitúese el lector en la fig. 5.1 en la que se representa un triedro formado por tres planos normales entre sí, que se cortan según los ejes Z , Y , X , que son cortados, asimismo, por un cuarto plano (sombreado en la figura), generándose en éste último por la intersección, un triángulo que podrá ser equilátero, isósceles o escaleno, en función de la posición que adopte el cuarto plano secante. Si el triángulo así generado es equilátero, significa que los ejes X , Y y Z , han sido cortados a igual distancia de su punto común, O , fig. 5.2. Si situamos un cuerpo entre el triedro y el cuarto plano secante, se obtendrán cuatro proyecciones del citado cuerpo, una en cada cara del triedro y la cuarta y fundamental, en el cuarto plano secante, mediante “rayos” proyectantes ortogonales, es decir, normales a cada uno de los planos citados.

Los rayos proyectantes dirigidos a los planos del triedro han de ser respectivamente paralelos al eje que le es normal, por ejemplo, si queremos obtener la proyección de un punto en el plano ZOX , el rayo proyectante será paralelo al eje Y .

Para obtener la proyección de un punto sobre el cuarto plano secante definido por ABC , necesitamos saber el ángulo que forma éste sobre el horizontal, en este caso, sobre el plano YOX . Para ello giraremos el triedro 90° , fig. 5.2, por lo que quedará el plano secante de canto y podremos medir con certeza el ángulo formado, ya mencionado, que es de $54^\circ 44' 8''$.

En la fig. 5.3 tenemos el plano secante de canto con una inclinación de $54^\circ 44' 8''$ que mediante un giro y un abatimiento, pasará a ser frontal (plano sombreado en la figura).

En la fig. 5.4 se expone un sencillo ejemplo que ilustra lo antedicho, mediante el cual observamos cómo se obtiene la perspectiva de un cuerpo (en este caso el dodecaedro) a partir de su planta y alzado, como suponemos tuvo que realizar Leonardo para la obtención de los 60 poliedros que ilustran el citado libro de Luca Pacioli, siendo éste uno de ellos.

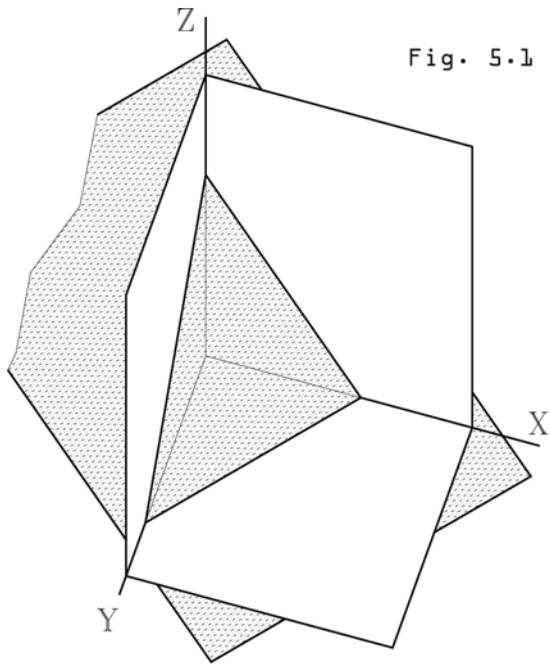


Fig. 5.1

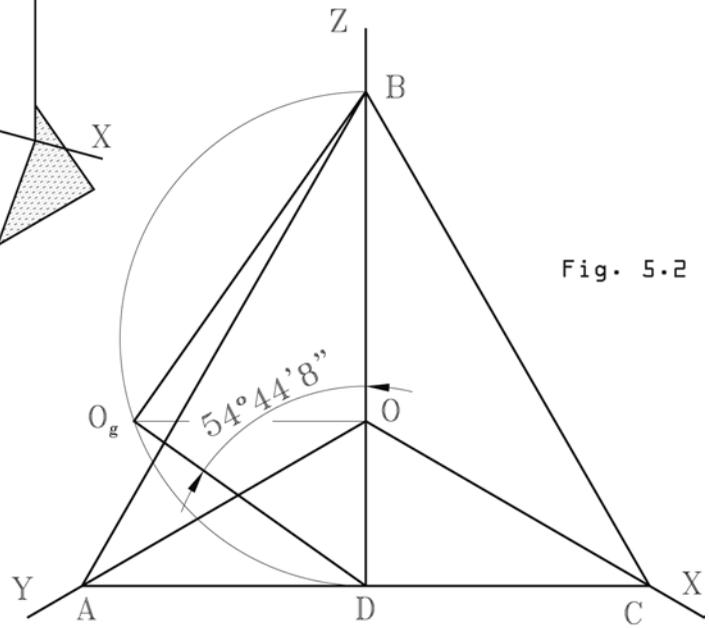


Fig. 5.2

PLANO DE CANTO

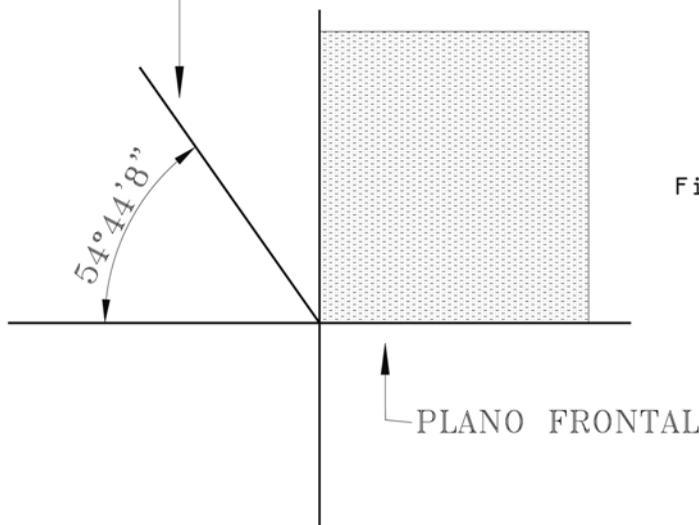
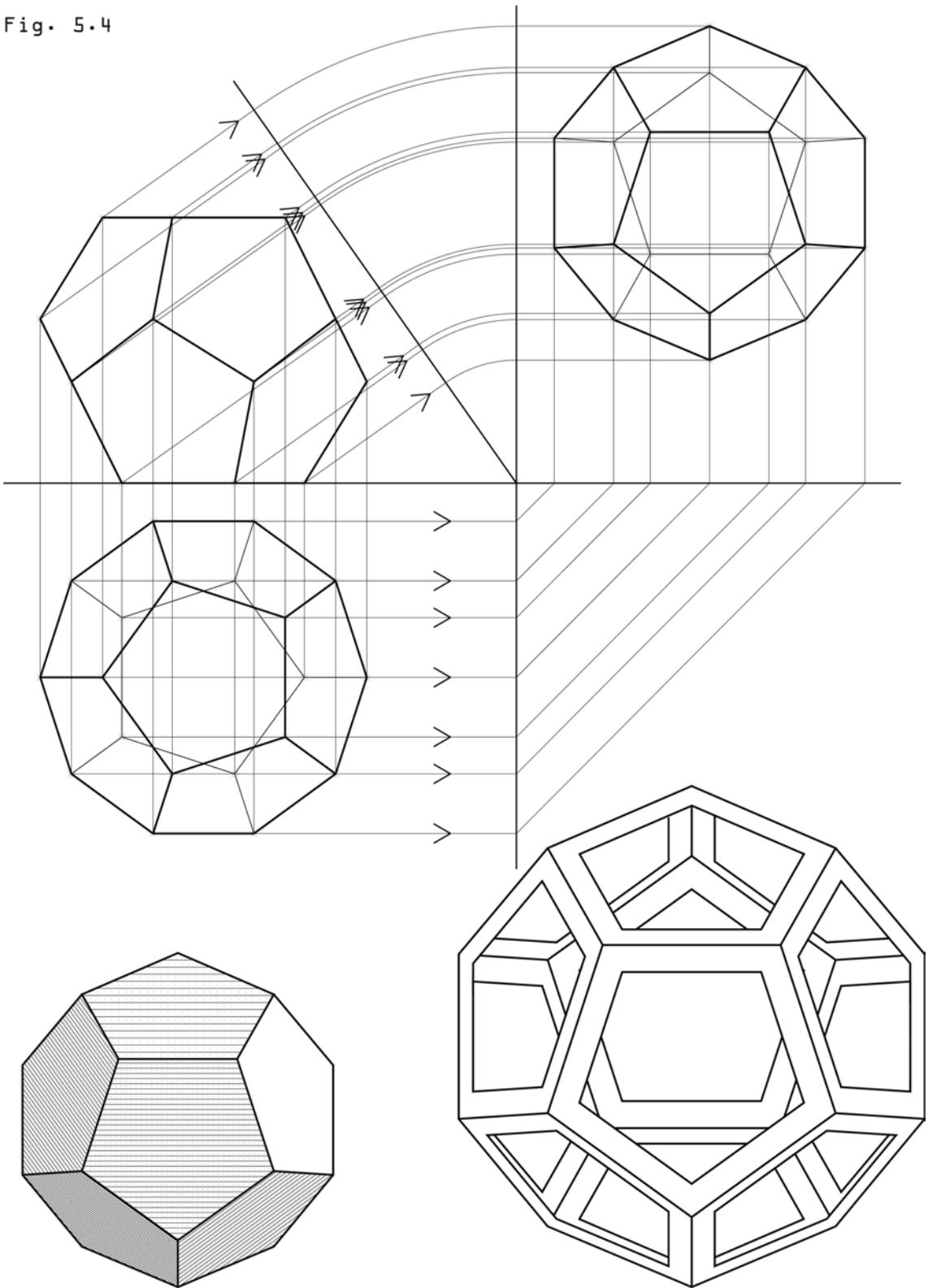


Fig. 5.3

Fig. 5.4



Leonardo y la Luna

Antonio Quesada Ramos

IES Zaidín Vergeles. Granada

Es este año 2019 importante en cuanto a efemérides. Por un lado se cumplen 500 años de la muerte de Leonardo da Vinci, fallecido el 2 de mayo de 1519; fue una de las mentes más preclaras que jamás haya existido a lo largo de la historia de la humanidad. Por otro lado, se cumple el cincuentenario de uno de los hitos más trascendentales de la historia de la ciencia y la tecnología, la llegada del hombre a la Luna. Fue el 20 de julio de 1969 cuando Neil Armstrong, con su pequeño paso sobre la superficie de la Luna, dio el más grande salto que los seres humanos hayan dado en su camino hacia el universo. Y son muchas las celebraciones que a lo largo de todo el mundo se están haciendo durante este año, a las que modestamente nos unimos desde las páginas de esta revista con estos artículos.

La imagen más conocida de la conquista de la Luna es indudablemente la de Neil Armstrong descendiendo del módulo lunar Eagle, tras viajar en el Apolo 11, dando el pequeño salto mientras pronunciaba la conocida frase “un pequeño paso para el hombre, un gran salto para la humanidad”. Pero esto era únicamente el culmen de una historia que para muchos probablemente se inició con el conocido discurso del entonces presidente de los Estados Unidos, John Fitzgerald Kennedy, allá por 1962, en plena guerra fría e inmersos en la carrera espacial, en el que también pronunció otras inolvidables palabras: “Elegimos ir a la Luna. Hemos decidido ir a la Luna en esta década, y también afrontar los otros desafíos, no porque sean fáciles, sino porque son difíciles”.

Sin embargo, el camino que llevó a la conquista de nuestro satélite había comenzado muchísimo antes, quizá tan pronto como cuando los seres humanos miraron a la Luna e intentaron dar una explicación a lo que veían, cuando quisieron comprender tanto su naturaleza como su comportamiento en los cielos en la prehistoria o en el mundo antiguo. Y en ese recorrido también nos encontramos a Leonardo da Vinci, el polifacético artista y humanista florentino, del que una de sus facetas más desconocida la constituye su contribución a la astronomía.

Leonardo abordó directamente el estudio de la Luna y expuso sus conclusiones en un documento escrito en torno a 1508, el llamado Códice Leicester o Códice Hammer en virtud de los nombres de sus anteriores dueños y que hoy es propiedad de Bill Gates, uno de los fundadores de Microsoft. En este texto analiza la naturaleza de nuestro satélite y, aún con algunas premisas erróneas, dio una explicación acertada a un fenómeno lunar conocido desde antiguo: la luz cenicienta (Figura 1).

Valorar en su justa medida las aportaciones de Leonardo y comprender su trascendencia requiere al menos recordar someramente el pensamiento astronómico de la época en la que vivía para ver a qué se enfrentaba. En los primeros años del siglo XVI el universo era aún geocéntrico; la Tierra estaba anclada en el centro del cosmos y todo giraba a su alrededor. Cuando Da Vinci escribió sus conclusiones aún faltaban más de treinta años para que Copérnico convirtiese a nuestro planeta en otro más, como el resto, orbitando

alrededor del Sol. Y en referencia a nuestro satélite, otra idea muy extendida en la sociedad de entonces era que la Luna tenía luz propia, algo que también refutaría Leonardo.

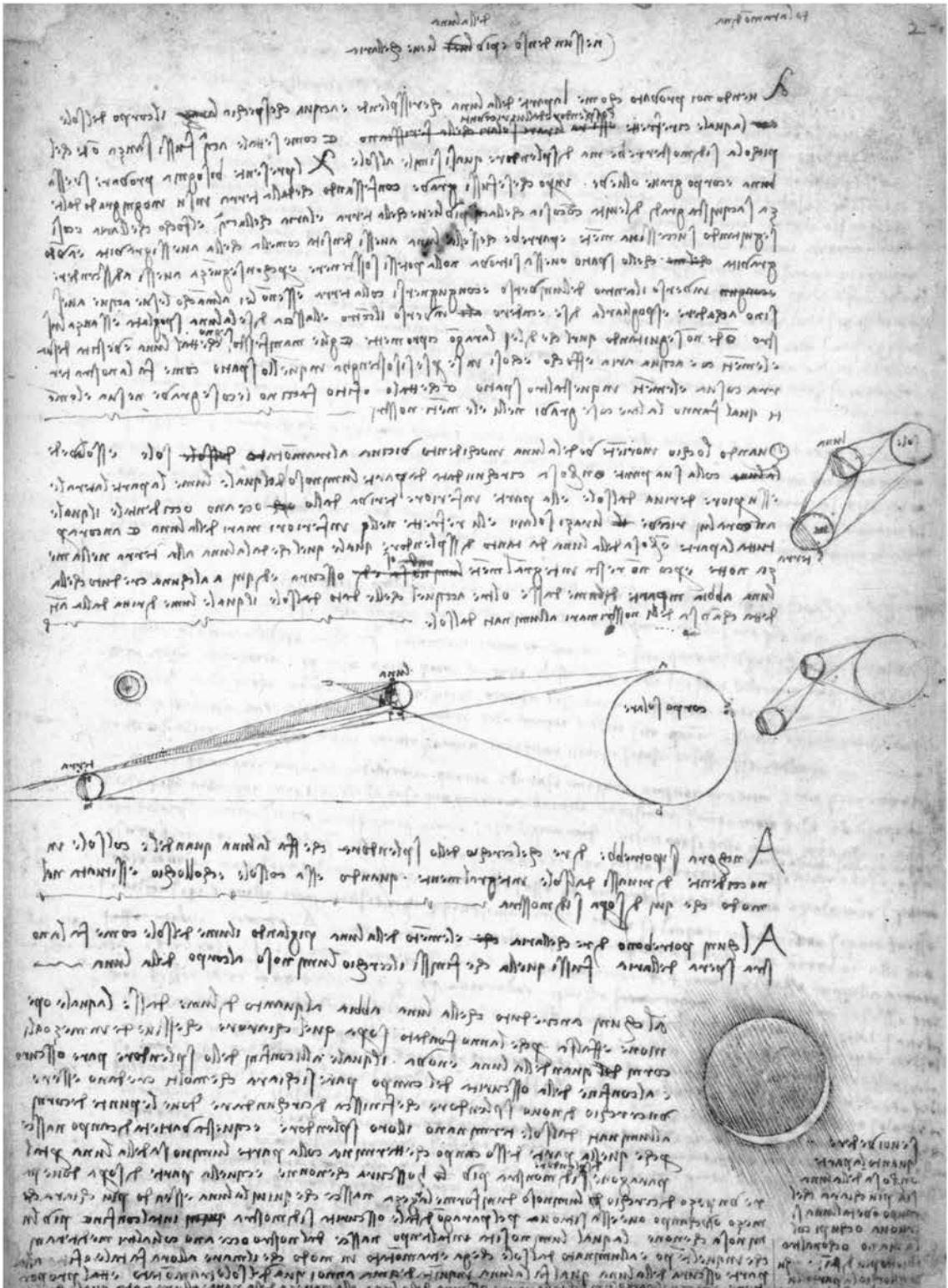


Fig 1. Página del Códice Leicester donde Leonardo da Vinci describe el fenómeno de la luz cenicienta (imagen: Wikipedia).

Leonardo estableció que la Luna es un cuerpo sólido y opaco rodeado por una capa de aire. Argumentó que si fuese transparente no se vería iluminada por el Sol. Para explicar la naturaleza de la Luna describió el comportamiento de los distintos tipos de espejos cuando los rayos de luz inciden sobre ellos. Para él, nuestro satélite se comportaba como un espejo esférico convexo que reflejaba la luz del Sol. Pero si esto fuese solo así, nuestros ojos solo percibirían reflejada una imagen en una pequeña parte de la superficie mientras el resto a su alrededor aparecería oscuro. Imaginemos una habitación oscura en la que tenemos una bola metálica -o una cuchara por su cara convexa- que iluminamos con un foco de luz puntual; este se vería reflejado únicamente en una pequeña parte de la superficie de la esfera mientras que el resto no reflejaría nada.

¿Cómo es posible que, si la Luna se comporta como un espejo convexo, veamos que el Sol se reflejan en toda su superficie? Leonardo lo resuelve descomponiendo la superficie total en una suma de pequeñas superficies cada una de las cuales reflejaría la luz del Sol de modo independiente; algo semejante a como si una esfera dividiera su superficie en pequeñas esferas a modo de una mora; cada una de las facetas reflejaría una minúscula porción de la luz pero veríamos reflejos en toda su superficie. Da Vinci propuso que la superficie de la Luna se encontraba cubierta de mares, cuyas olas enviaban múltiples reflejos a la Tierra. Las innumerables imágenes de los rayos solares reflejadas desde las incontables olas del mar serían la causa de que veamos una amplia y continua radiación en la superficie del mar.

Y esto es algo que todos hemos podido comprobar. Si sobre una superficie acuática totalmente tranquila, bien sea el mar o un lago, se refleja el Sol o la Luna, veríamos una imagen nítida sobre ella. Si por el contrario, el viento riza u ondula la superficie, toda esta se comportaría como un gigantesco espejo que reflejaría la luz en toda su extensión.

La otra cuestión a resolver era si la Luna tenía luz propia. El estudio del movimiento en el cielo de los astros y las posiciones relativas del Sol, la Tierra y la Luna permitían explicar que la franja iluminada de la Luna correspondía a la fracción que directamente recibía la luz solar. Pero había otro argumento que inducía a pensar que la Luna también disponía de luz propia.

Todos hemos contemplado a la Luna en las primeras etapas del ciclo lunar, cuando aparece justo tras la puesta de sol con la forma característica de C invertida propia del cuarto creciente. Lo que quizá no hayamos reparado es que en esos días podemos observar que el resto de nuestro satélite se encuentra también tenuemente iluminado, de manera que no solo podemos apreciar su silueta recortada sobre el cielo, sino incluso intuir algunos de los accidentes presentes en su superficie. Conforme van pasando las noches y a medida que aumenta la superficie iluminada de la Luna, este brillo se va haciendo cada vez más débil hasta que, tras la luna llena, vuelve a hacerse más intenso a medida que la luna mengua. Este fenómeno, aunque conocido desde antiguo, fue la gran aportación al conocimiento de la Luna por parte del genio italiano y se denomina la luz cenicienta o, en su honor, el brillo de Da Vinci. En la imagen adjunta (Figura 2) podemos apreciar la franja estrecha brillante iluminada por el Sol de la luna menguante cuando ya se adivinan las luces del amanecer, a la vez que identificamos la forma esférica e incluso percibimos detalles como los mares lunares en el resto de la superficie.



Figura 2. Saturno y el brillo de Da Vinci. Fotografía de Tunç Tezel, reproducida con permiso del autor (APOD, NASA). La imagen muestra la luz cenicienta en una luna menguante momentos antes del amanecer.

Leonardo dedujo que, al igual que los mares de la Luna reflejaban la luz del Sol hacia la Tierra y la posición relativa de los tres cuerpos explicaba sus fases, la Tierra debería hacer lo propio con sus mares y reflejar la luz solar hacia aquella. Nuestro satélite, por tanto, debía recibir tanta luz como nuestro planeta emitiese. El brillo de Da Vinci es el reflejo de la luz del sol que nuestro planeta emite y que la Luna, a su vez, nos devuelve.

Para poder explicar esto y por qué cambia la intensidad de este brillo, Leonardo debió imaginarse a sí mismo contemplando a la Tierra desde la superficie de la Luna. Pronto debió comprender que nuestro planeta también presentaría fases para un observador situado en nuestro satélite. Y en efecto, supongamos a alguien situado en el centro de la cara de la Luna visible desde la Tierra. Cuando aquella se encuentra en la fase de luna nueva, el observador contemplaría a nuestro planeta resplandeciente, totalmente iluminado, con una superficie cuatro veces mayor que la luna llena y cincuenta veces más brillante. Si mirase a su alrededor vería los territorios lunares iluminados con más intensidad que con la que vemos lo que nos rodea cuando nos encontramos en un lugar oscuro iluminados por la luna llena. A medida que progresa el ciclo lunar vería a la Tierra menguar y, paralelamente, menos iluminado lo que le rodease. Y así hasta llegar a la luna llena, cuando nuestro mundo aparecería totalmente oscuro, en el mejor de los casos tenuemente iluminado con el reflejo lunar de la luz del Sol. Y a partir de ahí, el ciclo se invertiría y nuestro observador vería aumentar de nuevo la superficie iluminada de la Tierra incrementándose la intensidad de la luz luminosa.



Figura 3. Simulación con el programa Stellarium del aspecto de la Tierra observado desde la Luna en distintos momentos del ciclo lunar de junio de 2019 (elaboración propia).

La figura 3 muestra una simulación con el programa *Stellarium* de lo expuesto en el párrafo anterior. Este es un software libre, gratuito, que permite representar el aspecto del cielo desde cualquier parte de la Tierra y de algunos cuerpos del Sistema Solar. Las imágenes de la Tierra se corresponderían a lo observado desde la Luna cuando esta se encuentra en las fases representadas. Las imágenes de ambos cuerpos no están a escala. Nótese la precisión del programa informático que muestra el brillo de Da Vinci en las primeras y últimas etapas del ciclo lunar.

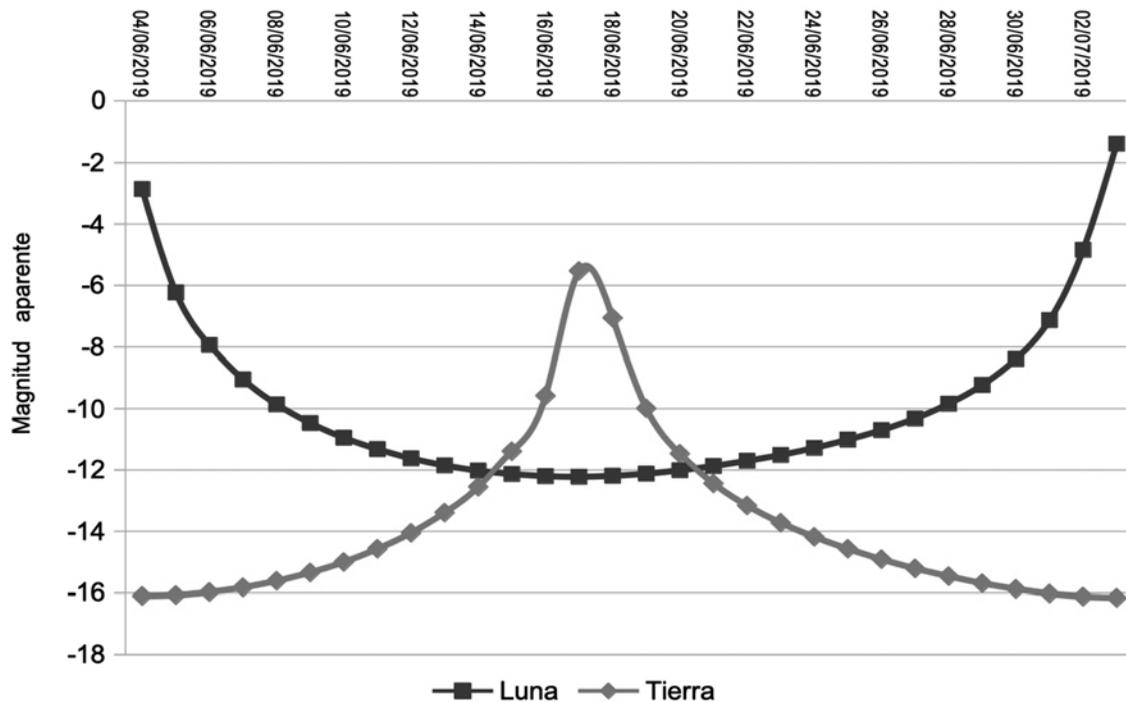


Figura 4. Evolución de la magnitud aparente de la Tierra y la Luna para un observador situado respectivamente en nuestro satélite o en nuestro planeta (elaboración propia).

Igualmente a partir de los datos que proporciona esta herramienta informática se ha obtenido la evolución de las magnitudes aparentes de la Tierra observada desde nuestro satélite y de la Luna observada desde la superficie terrestre para el ciclo lunar correspondiente a junio de 2019 (figura 4). Este parámetro es indicativo del brillo de un objeto celeste observado desde otro. Cuanto más pequeño es el valor más brillante resulta ese astro. Nótese que en el gráfico todos los valores son negativos. Como se puede apreciar, ambas curvas se encuentran desfasadas, de modo que cuando una muestra su máximo, la otra muestra su mínimo. También se puede deducir que, como cabe esperar, la Tierra refleja más luz a la Luna cuando está totalmente iluminada que al revés.

Leonardo llegó a describir otros tipos de variaciones en la luz cenicienta a menor escala. Y así hablaba de cambios debidos a las tormentas en la Tierra. Pensaba que las nubes impedían que la luz del Sol llegase a la superficie de la Tierra y por tanto fuese reflejada por los océanos.

Leonardo estableció que la Luna era un cuerpo sólido que no tenía luz propia, sino que reflejaba la luz del Sol. Y así es, aunque no exista agua líquida en la superficie de la Luna -como él proponía- y lo que hoy conocemos como mares en realidad son grandes extensiones de oscuras rocas basálticas. Y a pesar de que estas junto al resto de materiales que componen la superficie únicamente reflejan en promedio un 7% de la luz procedente del Sol, este bajo porcentaje explica perfectamente el brillo que observamos en nuestro satélite.

Da Vinci justificó perfectamente a qué se debía la luz cenicienta, a qué se debían las variaciones en el brillo observadas a lo largo del ciclo lunar y llegó a describir fluctuaciones a corto plazo. Y en efecto, la desigual distribución de los océanos y los continentes en combinación con el movimiento de rotación de la Tierra hace que el brillo oscile en torno a un 5% durante el día puesto que aquellos no reflejan la luz por igual. Y a lo largo del año, el reflejo es más intenso cuando es primavera en el hemisferio norte, pues este se encuentra en esta época inclinado hacia el Sol cuando aún quedan hielo y nieve en las latitudes altas que reflejan una gran cantidad de luz. Hoy se sabe que las nubes son capaces de devolver al espacio hasta el 50% de la radiación que les llega; en los continentes el porcentaje oscila entre el 10 y el 25% y en los océanos, los verdaderos espejos para Leonardo, únicamente un 10%. El hielo y la nieve llegan a reflejar entre un 40% y un 90%.

En la actualidad, quinientos años después de la muerte de Leonardo da Vinci, sus descubrimientos en relación a la Luna adquieren nuevas dimensiones. Las variaciones temporales que él propuso debidas a la presencia de nubes se están monitorizando como indicadores del cambio climático. Uno de los aspectos que influye sobre el calentamiento global del planeta es la cantidad de radiación que la Tierra devuelve al espacio con respecto a la que recibe; es lo denominado albedo. Y éste está directamente relacionado con la cubierta nubosa. Cuanto menos nubes haya menos cantidad de radiación se reflejará al espacio y más se calentará el planeta; y al revés. Y esto se valora estudiando variaciones en la luz cenicienta que la Luna nos devuelve. A mayor cubierta nubosa en la Tierra mayor será el brillo de da Vinci; por el contrario, si este se reduce es indicativo de que nuestro planeta retiene más radiación. La tendencia a largo plazo en este sentido favorecería el calentamiento global.

Como hemos dicho antes, el brillo de Da Vinci se debe a la radiación que la Luna nos devuelve de aquella que nuestro planeta le envía cuando es iluminado por el Sol. El estudio del espectro de la luz cenicienta permite identificar moléculas presentes en nuestro planeta, entre ellas biomarcadores como el oxígeno molecular o el metano, características de la presencia de vida (Figura 5). También se puede detectar la existencia de vegetación. Las plantas absorben luz, gracias a la clorofila y otros pigmentos auxiliares en una amplia banda del espectro visible; sin embargo son transparentes para el infrarrojo cercano. La Tierra devuelve la radiación con esta longitud de onda y la parte que llega a la Luna forma parte de la luz cenicienta. Y todo esto proporciona herramientas para estudiar la vida más allá de nuestro Sistema Solar.

Cuando se pueda analizar el resplandor de Da Vinci proveniente de mundos que orbitan en torno a otras estrellas podremos sopesar la posibilidad de que exista vida en otros lugares del Universo. Y de nuevo, y una vez más, los descubrimientos de Leonardo da Vinci nos habrán llevado más allá de lo que nunca pudimos imaginar.

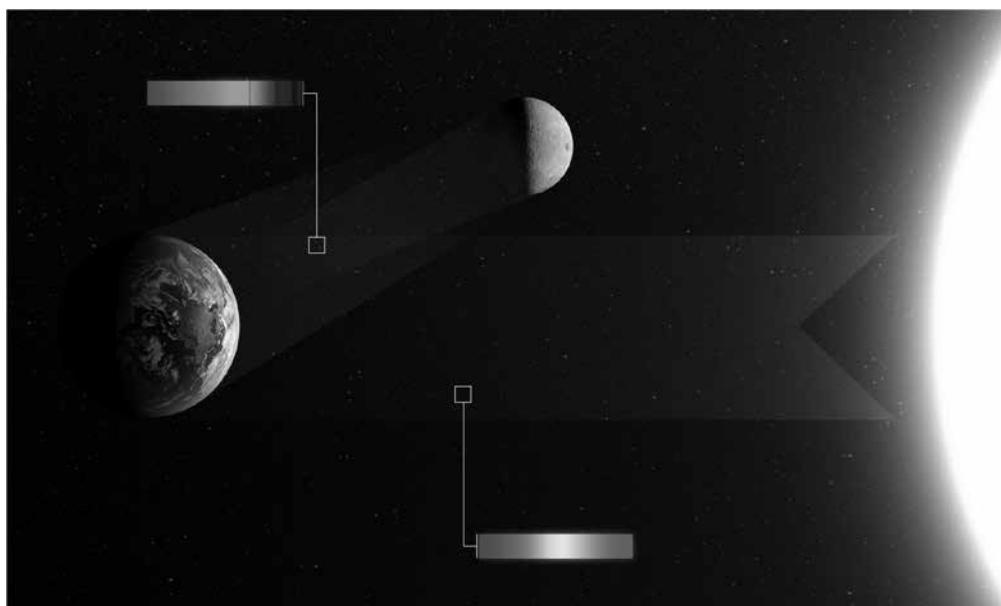


Figura 5. El espectro -los colores- de la luz solar cambia significativamente una vez que es reflejado por la Tierra. Al observar la luz cenicienta se estudia la Tierra como un exoplaneta y aprender a buscar señales de vida. (Imagen ESO/L. Calçada).

Bibliografía y recursos

Vinci, L. da. *The Notebooks of Leonardo Da Vinci*.

https://en.wikisource.org/wiki/The_Notebooks_of_Leonardo_Da_Vinci

Langford, S. V., Wyithe, J. S. B. & Turner, E. L. Photometric variability in earthshine observations. *Astrobiology* 9, 305–310 (2009).

Palle, E. et al. Earth's albedo variations 1998–2014 as measured from ground-based earthshine observations. *Geophysical Research Letters* 43, 4531–4538 (2016).

Sterzik, M. F., Bagnulo, S. & Palle, E. Biosignatures as revealed by spectropolarimetry of Earthshine. *Nature* 483, 64–66 (2012).

Thejll, P., Flynn, C., Gleisner, H. & Mattingly, A. Earthshine: not just for romantics. *A&G* 49, 3.15-3.20 (2008).

Escritura especular: el caso de Leonardo da Vinci

Juan Manuel Cabañas Santos

Profesor de Lengua Española y Literatura. IES Antonio de Mendoza

«Sería mejor tomar tranquilamente, como yo lo hago, esta pluma, mojarla en la tinta y escribir, con la mano izquierda, para que no se reconociese la escritura, una pequeña denuncia concebida en estos términos. Y Danglars, llevando el ejemplo a la práctica, escribió con la mano izquierda y con una letra distorsionada, que no se parecía en nada a su letra habitual» (El conde de Montecristo. Alejandro Dumas)

La escritura especular como concepto.

La escritura especular es aquella que se produce realizando el trazo en dirección opuesta a la de la mayoría de amanuenses. Debe su nombre al hecho de que el resultado es análogo al de la imagen de un texto convencional reflejado en un espejo. A pesar de que su práctica está documentada desde épocas muy anteriores, el concepto de escritura especular fue descrito científicamente por primera vez en el siglo XIX por el neurólogo alemán Alfred Buchwald. El académico germano estableció la hipótesis que actualmente cuenta con mayor consenso entre la comunidad científica.

La explicación al fenómeno se encontraría en un tipo de respuesta específica que algunas personas zurdas desarrollan ante la dificultad que plantea para ellas el modelo de escritura convencional. No obstante, aun son muchas las interrogantes que suscita este modelo de escritura, lo cual ha servido para crear toda una aureola de misterio en torno a ella.

La escritura especular a lo largo de la historia : casos ilustres.

Sin lugar a dudas Leonardo Da Vinci es el caso más célebre de escritura especular (figura 1) ya que, el genio renacentista utilizó este método para numerosas anotaciones y grabados. Lewis Carroll recurrió igualmente a esta forma peculiar de escribir en su novela *Al otro lado del espejo*. Asimismo, Alejandro Dumas hace referencia a ella en su novela *El Conde de Montecristo*.

La escritura especular y su relación con el arte y la psicología.

El psicoanálisis ha estudiado con detenimiento tanto el fenómeno de la escritura especular debido a que la figura del espejo ha sido asociada de forma alegórica a la propia configuración de la personalidad. Los estudios de Freud sobre la obra de Leonardo Da Vinci o las investigaciones de Lacan sobre la imagen del espejo corroboran este potente y sugerente vínculo. Por otro lado, las referencias literarias a la escritura especular son variadas y fascinantes.

Por consiguiente, podemos concluir que este fenómeno aun ofrece amplias vías de investigación y profundización en el futuro.

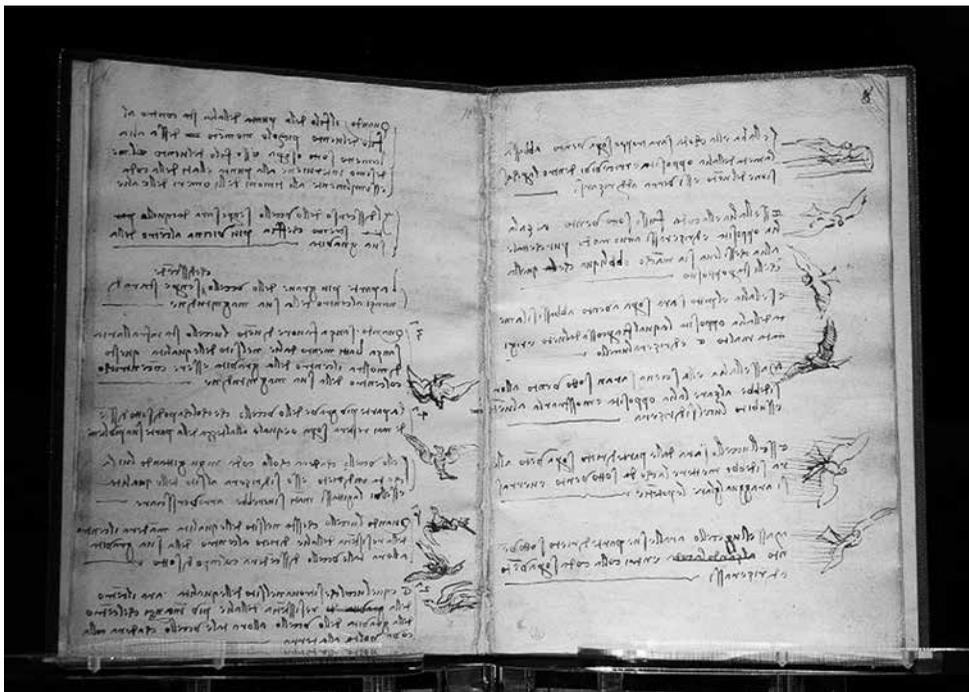


Imagen obtenida en wikicommons:

https://commons.m.wikimedia.org/wiki/File:Da_Vinci_codex_du_vol_des_oiseaux_Luc_Viatour.jpg. Luc Viatour / <https://Lucnix.be>”

Fuentes Bibliográficas

Lacan, Jacques. *Le stade du miroir comme formateur de la fonction du je, telle qu'elle nous est révélée dans l'expérience psychanalytique en*: Écrits, Seuil, Paris, 1966.

Freud, Sigmund. *Obras completas de Sigmund Freud. Volumen XI - Cinco conferencias sobre Psicoanálisis, Un recuerdo infantil de Leonardo da Vinci, y otras obras* (1910).

Llerena López, Antón Xosé. *El espejo en el arte: la reflexión especular y sus diversas manifestaciones artísticas*. 1997.

Omo senza lettere, ¿verdad o mentira?

María Antonietta Lasorsa

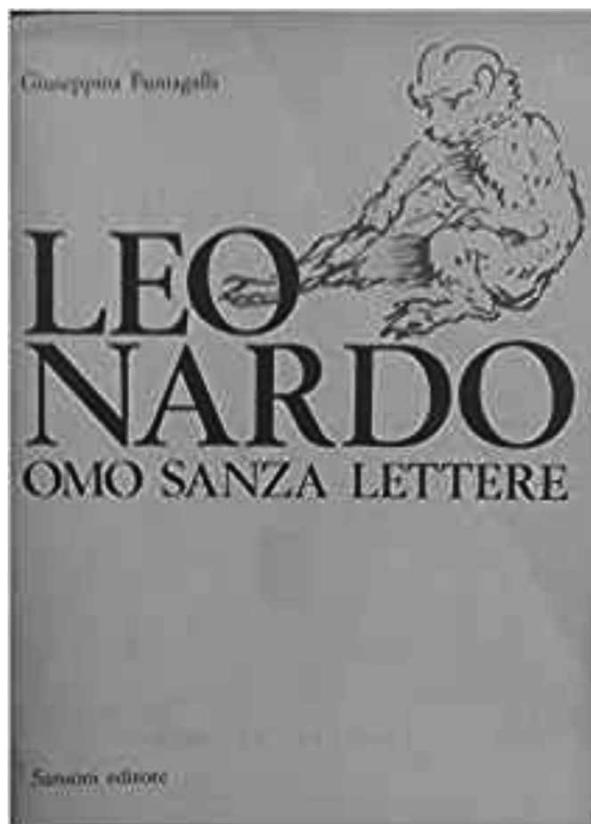
Profesora de Español. Liceo Leonardo da Vinci. (Bisceglie, Italia)

So bene che per non esser io litterato, che alcuno presuntuoso gli parrà ragionevolmente potermi biasimare coll'allegare io essere omo senza lettere. Gente stolta! [...] Or non sanno questi che le mie cose son più da esser tratte dalla esperienza che d'altrui parola...

(Leonardo da Vinci 1975-1980: c. 327v, folio 119v del código Atlántico).

Frecuentemente, Leonardo da Vinci fue acusado de ser *omo senza lettere*, hombre sin cultura académica, ya que no conocía el griego y sabía poco latín, pero él mismo se defendía diciendo “*Sé bien que por no ser un literato, me parece razonable que alguien presuntuoso sea capaz de culparme por ser inculto en letras. ¡Gente tonta! [...] no saben que mi conocimiento surge más de la experiencia que de la palabra...*”, como se puede acercar la traducción del texto introductorio del presente artículo. Esta ignorancia de las lenguas de los eruditos del momento no impidió a Leonardo avanzar en sus estudios y convertirse en el genio que hoy recordamos.

Omo senza lettere, así se define Leonardo en una página del *Código Atlántico*. Se trata de una nota de tono amargo que deja entrever cuan problemático fuera para el genio toscano ser desconocedor del latín. Se puede comprender la razón de tanta amargura: en las cortes y en las universidades se hablaba latín, la lengua de Cicerón, y era propio que se realizaran los debates científicos en dicha lengua. Para Leonardo, que entendía hacer del arte una ciencia y de la ciencia un arte, el conocimiento del idioma de los eruditos era, por lo tanto, un requisito esencial para atraer la consideración del mundo académico. Así, el joven artista, en la esperanza de llenar sus propias lagunas, empezó a recoger todos los libros necesarios para el estudio del latín: uno sobre gramática, uno de aritmética, un manual de química, la *Historia Natural*



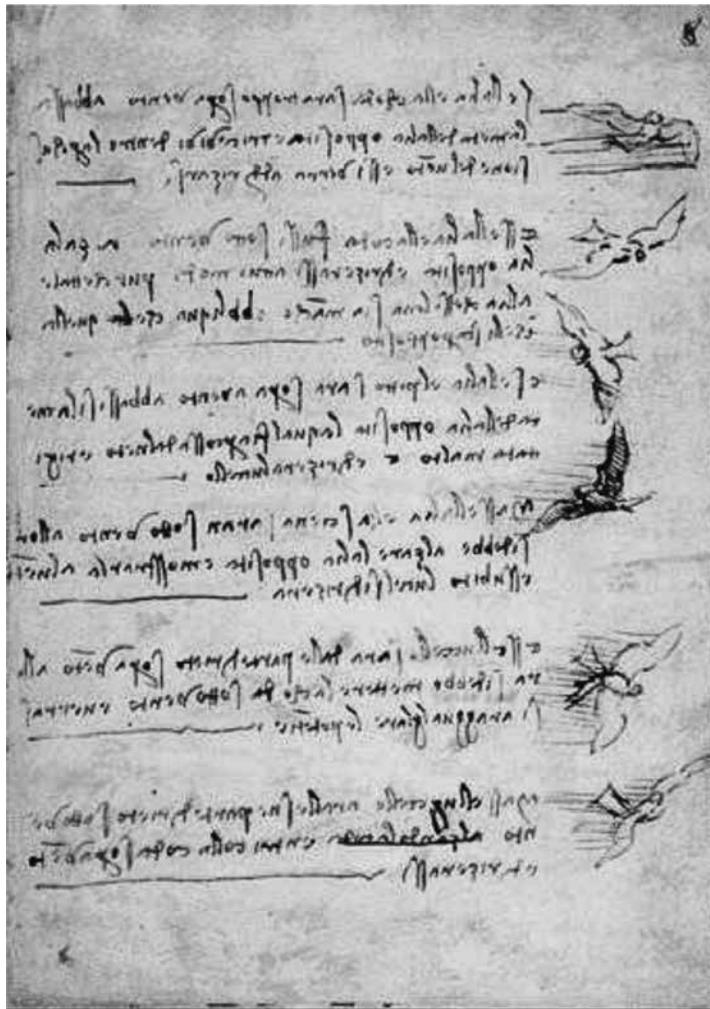
de Plinio el Viejo y, para concluir, el *Morgante*, el bestseller de aquel período. Pero los resultados de sus ejercicios de autodidacta fueron decepcionantes a pesar de que sus esfuerzos para aprender el latín se documentan en los códigos, llenos de ejercicios de análisis lógico, páginas y páginas de palabras latinas que memorizaba para utilizarlas en sus debates, declinaciones y expresiones latinas.

Esta condición de hombre sin cultura acompañaría a Leonardo toda su vida. Leonardo fue a la *scuola d'abaco*, instituto donde se practicaba una enseñanza para los mercaderes y los técnicos. Crecido en el taller del Verrocchio, su formación científica fue fundamentalmente de autodidacta. Es por ello que no pudo estudiar ni el latín ni el griego. Y entonces, ¿qué idioma hablaba? El genio de da Vinci estuvo vinculado a su tierra natal y así fue por toda su vida el idioma que habló: toscano, el toscano de la Florencia de la segunda mitad del siglo XV. Seguramente, no se trataba de la Florencia de Dante y las contaminaciones que llegaban del ambiente rural influyeron en el lenguaje. De hecho hay algunas particularidades que llevan a pensar en un lenguaje de Leonardo influenciado por ambientes rústicos.

Además, hay que considerar que Leonardo pertenecía a un nivel sociocultural medio, y en su mayoría, el léxico de Leonardo estaba constituido por un número limitado de palabras, muy comunes, y se podría hablar de un vocabulario básico de términos que representan la columna vertebral de su lengua técnica y científica. De hecho, es el propio Leonardo quien describe su potencial de comunicación técnica y científica como vulgar, indicando la falta de palabras para expresar lo que tiene en su mente: *“I’ho tanti vocavoli nella mia lingua materna, ch’io m’ho piuttosto da doler del bene intendere le cose che del mancamento delle parole colle quali io possa bene esprimere il concetto della mente mia”* (Código de Windsor 19086: c. 62v).

A pesar de todo eso, su lengua era única y extraordinaria, rica en neologismos. Como muestra de su talento, podríamos también añadir el hecho de que era zurdo y, hasta el siglo pasado, escribir con la mano izquierda se consideraba un signo demoníaco, característica que lo llevaría a adoptar un estilo de escritura *oriental*, es decir, escribiendo de derecha a izquierda (muy típico del árabe) y empezando de la última página de un cuaderno hacia atrás. Entre sus escritos, hay muchos que utilizan esa escritura particular, denominada *speculare* (refleja). En efecto, Leonardo escribiendo de derecha a izquierda realizaba un tipo de escritura que para poderla leer y sobre todo comprender necesita de un espejo, de aquí *speculare*, SPECULUM en latín.

En realidad, Leonardo era una persona extremadamente encantadora, atractivo, bien vestido, extravagante, pero sobre todo, capaz de mantener conversaciones y convencer de sus tesis gracias a sus conocimientos enciclopédicos y con algún truco. Aunque pensaba ser un hombre sin cultura, por poseer un saber exclusivamente técnico y artesanal, nos dejó una gran cantidad de textos de orden heterogéneo y fragmentario: tratados técnicos y científicos, cuentos, cartas, juegos de palabras, enigmas e incluso aforismos. Todos los escritos de Leonardo provocaron un cambio decisivo, sobre todo al establecer el léxico



de la mecánica, préstamo de la terminología diaria y de la naturaleza. La gran variedad de sus escritos, por lo tanto, es tal que se mezclan palabras técnicas de diferentes disciplinas (matemáticas, geometría, arquitectura, anatomía, geografía, física, etc... y después pintura, escultura, etc...).

En conclusión, en *verdad* Leonardo no fue un literato de la época, pero es *mentira* que careciera de cultura. Como él decía, su saber se basaba en la experiencia y no en la palabra. Experiencia, pilar fundamental de la ciencia, y por lo visto, pilar de nuestro pintor, inventor, científico, anatomista, arquitecto, paleontólogo, artista, botánico, escritor, escultor, filósofo, ingeniero, urbanista, músico y poeta... que entendía hacer del arte una ciencia y de la ciencia un arte.

Bibliografía y sitiógrafía

Leonardo da Vinci (1975-1980), *Il Codice Atlantico della Biblioteca Ambrosiana di Milano*, de A. Marinoni, Florencia, Giunti Barbèra, 12 vol.

Leonardo Omo Senza Lettere. Giuseppina Fumagalli. Editorial: Sansoni. 1952
e-Leo. Archivo digital (<<http://www.leonardodigitale.com>>).

El emblema de nuestra escuela: el Hombre de Vitruvio de Leonardo da Vinci

Alumnado de 2BL

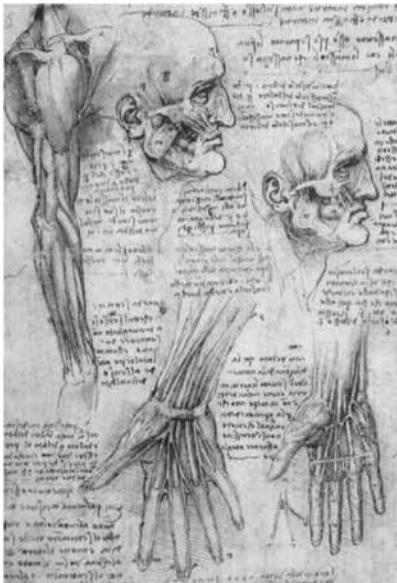
Liceo Lingüístico Leonardo Da Vinci. (Bisceglie, Italia)

Antes de centrarnos en el *Hombre de Vitruvio*, nos gustaría detenernos en la figura de Leonardo da Vinci, su importancia en la historia del arte y que fue un genio total, sin el cual hoy en día no podríamos disfrutar de las tecnologías que tenemos.

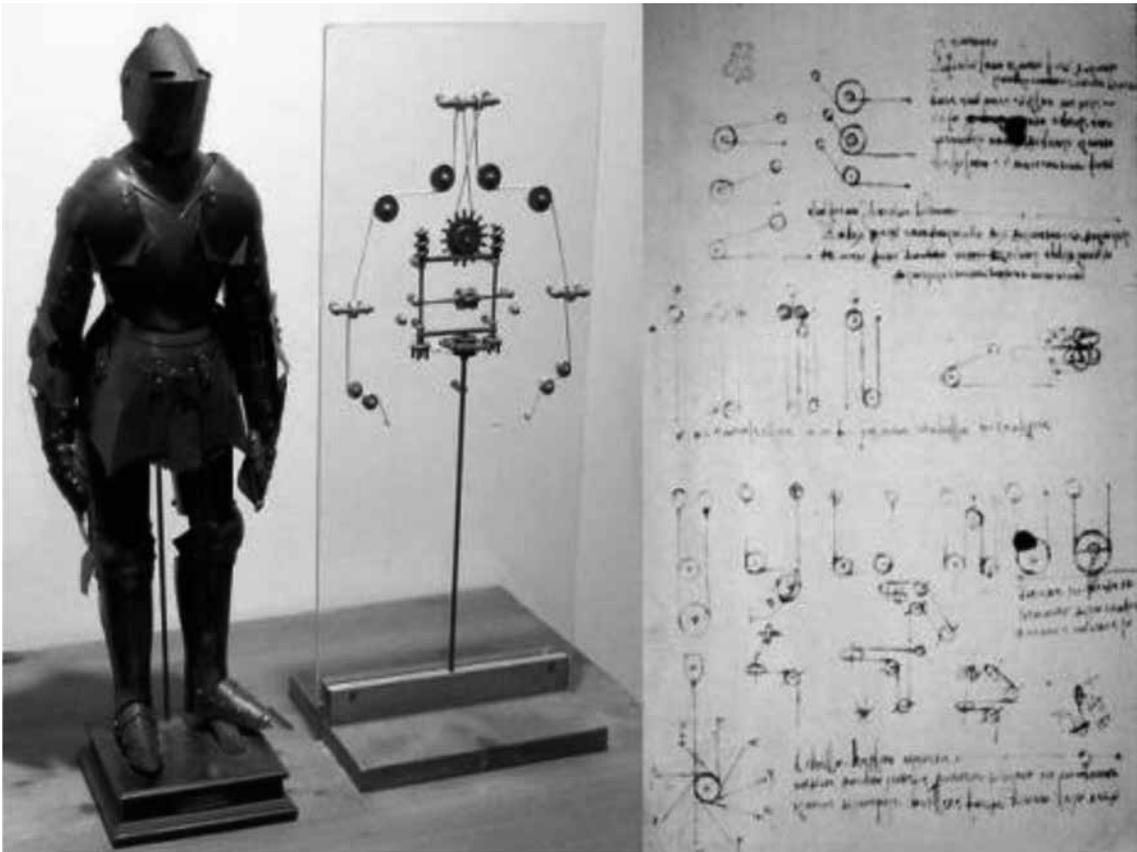
Leonardo da Vinci nació el 15 de abril de 1452 y fue un genio florentino del Renacimiento italiano. Tras pasar su infancia en su ciudad natal, Leonardo estudió con el pintor florentino Andrea de Verrocchio y trabajó después en Roma, Bolonia y Venecia, y pasó los últimos años de su vida en Francia, por invitación del rey Francisco I. Falleció el 2 de mayo de 1519 en la compañía de su discípulo favorito, Francesco Melzi.

Fueron muchas las disciplinas que llegó a dominar. Frecuentemente, se describe como símbolo del hombre del Renacimiento y genio universal, además de filósofo humanista de elevada capacidad inventiva. A da Vinci se le considera uno de los más grandes pintores de todos los tiempos, pero además destacó como escultor, ingeniero, músico y poeta, por nombrar algunos ejemplos.

De entre los resultados de su obra relacionados con el elemento que nos ocupa destacamos la pintura *La Gioconda* o *Mona Lisa*, pintada entre los años 1503 y 1506, y expuesta hoy en día en el Museo del Louvre en París, desde 1797. Además, hizo varios dibujos en los que detallaba el cuerpo humano. Aunque al principio sus estudios se iniciaron para descifrar la estructura de los músculos y sus movimientos, finalmente estudió todo el cuerpo, desde el cráneo (el rostro, el cuello, el hombro, las piernas), hasta el feto en el útero. De hecho, algunos anatomistas clínicos han afirmado que de haber salido a la luz, estos dibujos hubieran revolucionado el conocimiento que se tenía en Europa sobre esta materia.



Hay muchos inventos de Leonardo que revolucionaron el mundo por su mente de ingeniería, pero entre estos queremos destacar el Caballero Robótico, que muchas personas consideran el primer robot, y que Leonardo diseñó para un concurso. Este invento era un traje de caballero formado por ruedas conectadas a un sistema de claves, los cuales le permitían sentarse, levantarse, mover la cabeza y levantar la visera.

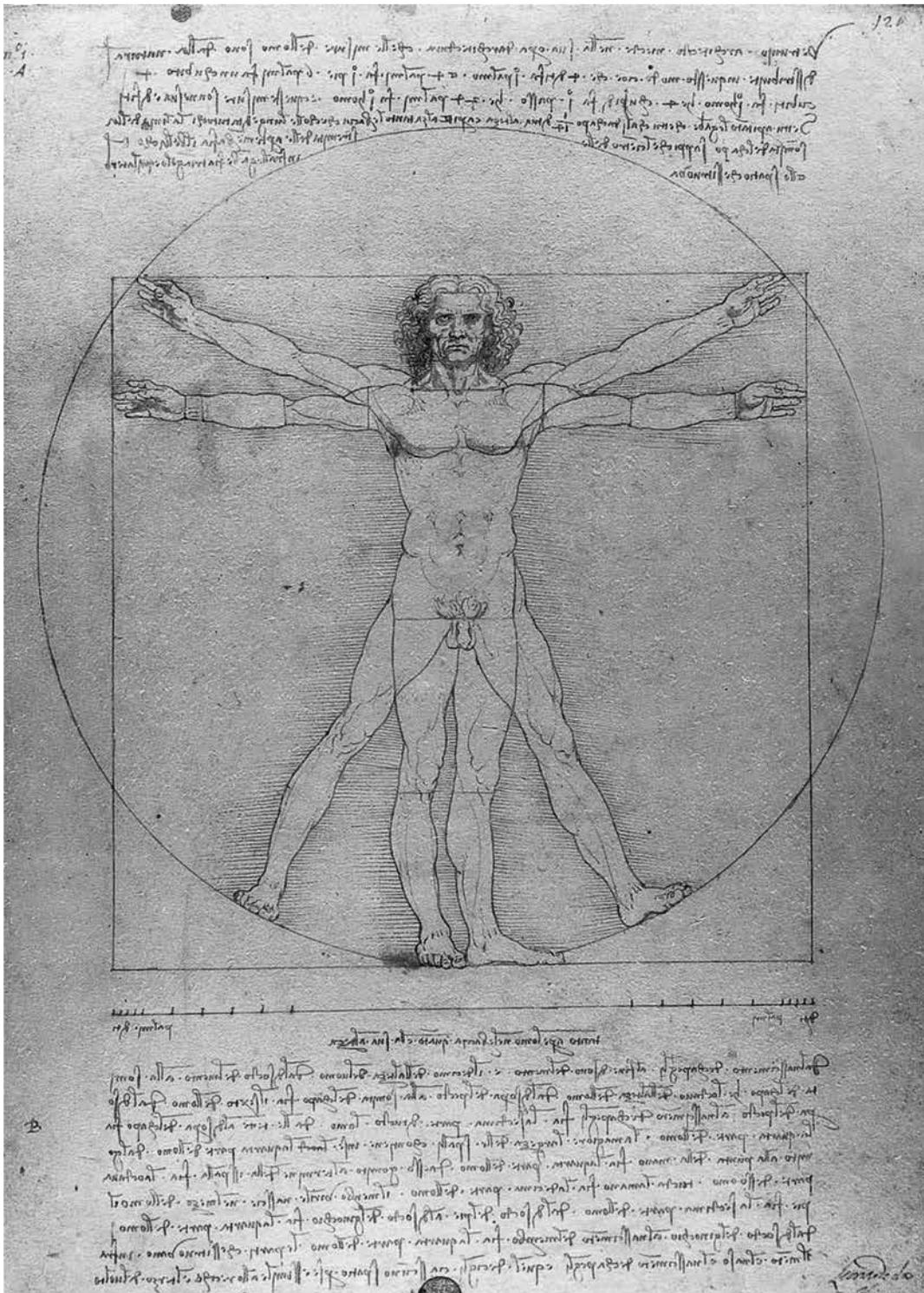


Tras esta introducción, pasamos a subrayar la importancia que tiene para nosotros el dibujo realizado por Leonardo en 1490. Estamos hablando del símbolo de nuestra escuela, el *Hombre de Vitruvio*, la representación más famosa hasta la fecha de la morfología y las medidas humanas. Se trata de un dibujo que mide 34,4 cm x 25,5 cm, y es una de las obras más reconocidas de Leonardo, ya que se lo considera una combinación perfecta de arte y ciencia, matemáticas y naturaleza. Actualmente, se conserva en la *Galleria dell'Accademia*, en Venecia, Italia. En él se representa una figura masculina desnuda con los brazos y piernas extendidos en dos posiciones, inscrita dentro de un círculo y un cuadrado.

Esta obra supone un estudio de las proporciones humanas, también conocido como "El hombre ideal" o "Canon de las proporciones", pues se establecen las reglas de las proporciones que debe seguir un cuerpo humano idealmente formado. Implica por tanto la fórmula de la belleza y la armonía, que no sería subjetiva, sino que está relacionada a las matemáticas.

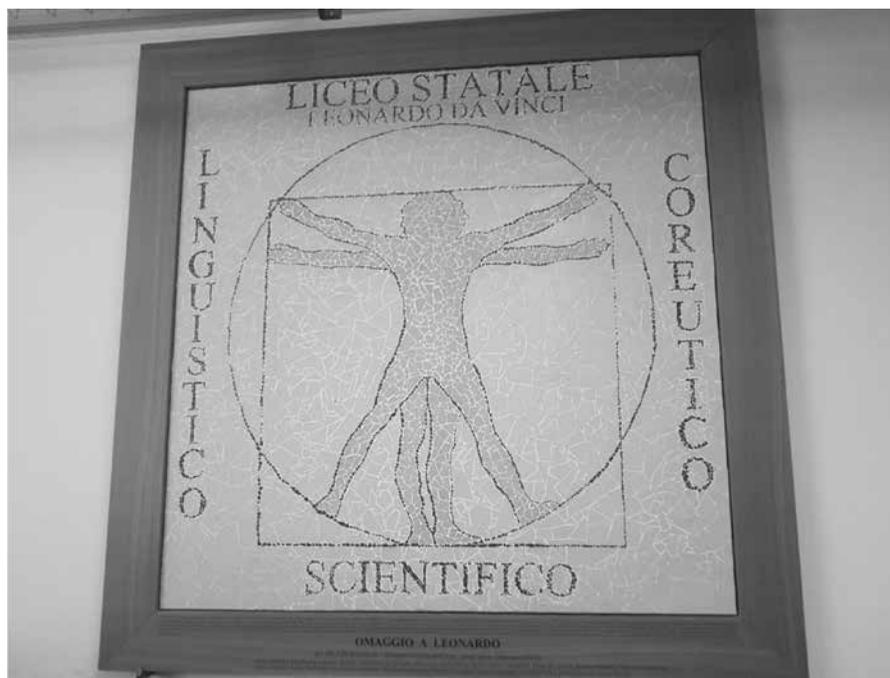
Debido a que la figura está dibujada en movimiento, podría decirse que también es precursor de la anatomía funcional. El dibujo está acompañado por notas escritas en espejo

que explican el estudio de las proporciones humanas que Leonardo realizó basándose en el trabajo del arquitecto romano Marco Vitruvio Polión.



Pero ¿Quién era Vitruvio? Marco Vitruvio Polión (Marcus Vitruvius Pollio) fue un arquitecto, escritor, ingeniero y tratadista romano del siglo I a.C. Su importancia se debe

al tratado *De architectura*, dedicado al emperador Augusto, en el que en 10 libros escritos en latín, se establece el fundamento teórico de la arquitectura occidental, desde el Renacimiento hasta finales del siglo XIX. Con el transcurso del tiempo, el tratado de Vitruvio quedó en el olvido, resurgiendo en el siglo XV gracias a la corriente humanística. En este período del Renacimiento hubo una persona que captó el Hombre De Vitruvio. Esta persona fue Leonardo Da Vinci, quien sentía curiosidad por el cuerpo humano y en 1490 durante su estancia en Milán y casi con 40 años dibujó a su *Hombre De Vitruvio*.



Para concluir, queremos resaltar que para nosotros, como ciudadanos nacidos en Italia, Leonardo da Vinci fue y sigue siendo una de las figuras más importantes de nuestro país, desde un punto de vista artístico e inventivo. Este genio, que para nosotros representa el *Hombre de Vitruvio*, contribuyó a la creación de inventos que cambiaron el mundo moderno y algunas de sus pinturas son el destino de millones de turistas de todo el mundo. Además, creemos que, gracias también a sus numerosos inventos, Leonardo da Vinci es un ejemplo a seguir para muchos chicos y chicas de nuestro instituto; muchos podríamos seguir sus pasos y contribuir al desarrollo tecnológico del país. No sabemos cómo será nuestro instituto en el futuro, pero seguro que nunca podrá renunciar a su carácter humanístico y científico, a la atención de las personas para su realización en la sociedad, a la educación, a la democracia como contenido y método.

No es casualidad, por lo tanto, que nuestro instituto lleve el nombre de Leonardo da Vinci, hombre de ciencias y arte, dos actividades diferentes e independientes, pero que tienen un único objetivo: el conocimiento de la natura. Él afirmaba que el artista tenía que utilizar el método científico y, en cambio, el científico las herramientas del arte. Su genio, extraordinaria mezcla de creatividad artística y moderna investigación científica y experimental, simboliza el aprendizaje ideal de un Liceo orientado en el desarrollo armónico de la cultura científica, humanística y artística.

e-Leo. Archivo digital (<<http://www.leonardodigitale.com>>)

Origen de la actual tabla periódica de los elementos

Lucía Cano Montoro¹, Lucía Sánchez Expósito¹, José Luis Fernández García²

¹Alumnas de 4º ESO. IES Antonio de Mendoza

²Profesor de Física y Química. IES Antonio de Mendoza

A comienzos del siglo XIX, los químicos habían descubierto ya un número razonablemente elevado de elementos y se hacía necesario establecer un método para clasificarlos y ordenarlos según sus propiedades.

Los primeros intentos de sistematización con una base científica datan de la tercera década de este siglo, cuando el químico alemán Johann Wolfgang Döbereiner decidió agrupar los elementos químicos de tres en tres, de acuerdo con las semejanzas en sus características atómicas: son las llamadas Triadas de Döbereiner. Esta fue sin duda su mayor contribución a la ciencia y constituye uno de los antecedentes más conocidos del sistema periódico actual. Un ejemplo de estas triadas es la formada por los elementos cloro (Cl), bromo (Br) y yodo (I). Además de que éstos presentaban propiedades similares, Döbereiner advirtió que la masa atómica de Br estaba muy próxima al promedio de la masa de Cl e I, lo que daba legitimidad a sus agrupaciones. En la tabla inferior se muestran tres triadas más: litio, sodio y potasio; calcio, estroncio y bario; y azufre, selenio y telurio. Aunque algunas de sus triadas parecían funcionar muy bien y de hecho siguen apareciendo en la tabla periódica que manejamos actualmente, eran pocos los elementos conocidos en la época que tenían cabida en este método de clasificación y el sistema pronto cayó en el olvido.



Johann Wolfgang Döbereiner

Triadas de Döbereiner

Litio	LiCl LiOH	Calcio	CaCl ₂ CaSO ₄	Azufre	H ₂ S SO ₂
Sodio	NaCl NaOH	Estroncio	SrCl ₂ SrSO ₄	Selenio	H ₂ Se SeO ₂
Potasio	KCl KOH	Bario	BaCl ₂ BaSO ₄	Telurio	H ₂ Te TeO ₂

Tenemos que adelantarnos varias décadas para encontrar otra aportación digna de mención en esta carrera científica. Se trata del trabajo realizado por el químico londinense John Alexander Reina Newlands en 1863. Newlands descubrió que si se ordenaban los elementos en orden creciente de masas atómicas se observaba una repetición en las características atómicas cada ocho elementos: son las conocidas como octavas de Newlands. En la tabla siguiente se muestran algunas de estas octavas.

ОПЫТЪ СИСТЕМЫ ЭЛЕМЕНТОВЪ.
ОСНОВАННОЙ НА ВѢСЪ АТОМНОЕ ВѢСЪ И ХИМИЧЕСКОЕ СВОЙСТВО.

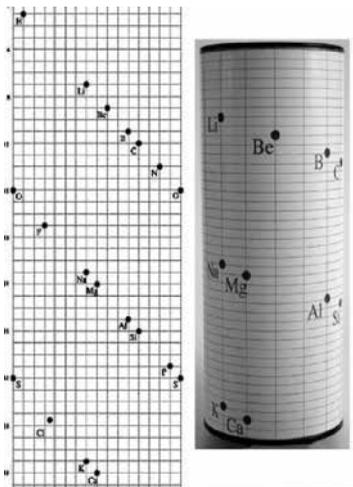
	Ti=50	Zr=90	?=180.
	V=51	Nb=94	Ta=182.
	Cr=52	Mo=96	W=186.
	Mn=55	Rh=104,4	Pt=197,4.
	Fe=56	Ru=104,4	Ir=198.
	Ni=Co=59	Pd=106,4	O=199.
	Cu=63,4	Ag=108	Hg=200.
H=1	Be=9,4	Mg=24	Zn=65,4
	B=12	Al=27,4	?=68
	C=12	Si=28	?=70
	N=14	P=31	As=75
	O=16	S=32	Se=78,4
	F=19	Cl=35,4	Br=80
Li=7	Na=23	K=39	Rb=85,4
		Ca=40	Sr=87,6
		?=45	Ce=92
		?Er=56	La=94
		?Yt=60	Di=95
		?In=75,4	Th=118?
			U=118
			Tl=204.
			Ba=137
			Pb=207.



John Newlands

Esta clasificación tenía a su favor la similitud con las octavas musicales. Pero, aunque siguiendo este método muchos elementos parecían efectivamente agruparse según sus propiedades y reactividad (en la segunda fila tenemos el litio, el sodio, el potasio, rubidio y el cesio, todos ellos elementos alcalinos), había también muchos que no encajaban entre sí, lo que con perspectiva resulta lógico, dado que aún quedaban elementos por descubrir. Su trabajo fue ridiculizado en su época.

Por las mismas fechas, el químico francés Alexandre Chancourtois, llegó a idénticas conclusiones. Construyó una hélice de papel en la que estaban ordenados por sus masas atómicas los elementos conocidos, tal y como había hecho Newlands, arrollada sobre un cilindro vertical. Encontró que si los disponía describiendo una hélice aparecían agrupados por columnas los elementos con propiedades similares. Esta manera de organizar los elementos a la manera de un papiro enrollado recibió el nombre de caracol telúrico. Debido a su complejidad apenas atrajo la atención del mundo científico. Sus resultados, como hemos comentado, eran similares a los obtenidos por Newlands y de hecho la ley de las octavas la presentaron ambos conjuntamente.

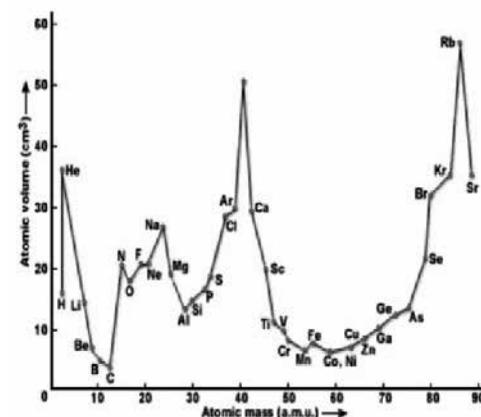


Alexandre Chancourtois

En 1870 el médico y químico alemán Lothar Meyer representó los volúmenes atómicos frente a las masas atómicas, mostrando que existía cierta regularidad. A partir del tercer periodo (potasio) cada grupo tenía más de siete elementos: no cometió el mismo error de Newlands.

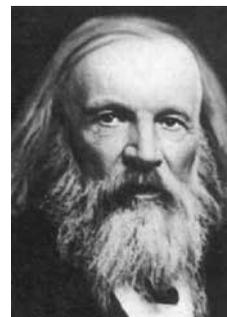


Lothar Meyer



Pero se le había adelantado ya el químico ruso Dmitri Ivanovich Mendeléiev, que, en 1869, propuso su propio sistema de clasificación de los elementos. Este constituye el referente más cercano a la actual tabla periódica de entre los sistemas de clasificación que se han recogido aquí, y el que posee mayor fundamento científico.

Mendeliev organizó la tabla en filas horizontales de elementos ordenados por orden creciente de masa atómica, tal y como ya hicieran Newlands y Chancourtis. Y como en los casos anteriores, Mendeliev visualizó un patrón: los elementos con propiedades químicas similares aparecían alineados en las columnas verticales de su tabla. Pero fue más perspicaz que sus antecesores: su confianza en la periodicidad de las propiedades químicas le hizo concluir que debía haber huecos en la tabla que deberían ser rellenados por elementos que aún no se habían descubierto. Era este el caso de los elementos eka-boro, eka-aluminio y eka-silicio, denominación que el propio Mendeléiev eligió. El prefijo “eka” significa primero: en este caso quería significar que el elemento en cuestión ocupaba la primera casilla por debajo del boro, el aluminio y el silicio. Entre los años 1874 y 1885 se descubrieron estos tres elementos: eran el escandio, el galio y el germanio. Lo más importante es que las propiedades de estos elementos se correspondían con las propiedades predichas por Mendeléiev de acuerdo con su sistema de clasificación: masa atómica, color, densidad, reacción al aire, reacción con agua, ácidos o bases, métodos de obtención y propiedades del óxido. Además, para evitar discrepancias en la periodicidad de las propiedades de su tabla, cambió el orden de los elementos telurio y yodo, que tienen masas atómicas de 128 y 127 umas respectivamente. Al poner el telurio por delante del yodo se observaba que las propiedades se correspondían con las de los elementos ubicados en la misma columna.



Dimitri Mendeleiev

Estos dos detalles marcaron la diferencia con cualquiera de los modelos de sistematización planteados hasta la fecha y sin duda el descubrimiento de los elementos predichos por Mendeléiev supusieron un espaldarazo definitivo a su tabla y su aceptación unánime por parte de la comunidad científica. En la figura siguiente se recoge esta tabla tal y como fue presentada por el químico ruso en 1869.

Tabla periódica

THE PERIODICITY OF THE ELEMENTS

The Elements	Their Properties in the Free State				The Composition of the Hydrogen and Organo-metallic Compounds		Symbols and Atomic Weights		The Composition of the Saline Oxides		The Properties of the Saline Oxides			Small Periods or Series
	<i>t</i>	<i>a</i>	<i>d</i>	$\frac{A}{Z}$	RH _m or R(CH ₃) _m	R	A	R ₂ O _n	$\frac{d(2A+n16)}{d^2}$	$\frac{d}{d^2}$	$\frac{d}{d^2}$	$\frac{d}{d^2}$		
Hydrogen	<-200°	—	<0.05>	20	[5] <i>m</i> = 1	H	1	1 = <i>n</i> [7]	—	—	—	—	1	
Lithium	180°	—	0.59	12	—	Li	7	1†	—	—	—	—	2	
Beryllium	(900°)	—	1.64	5.5	—	Be	9	— 2	—	—	—	—	—	
Boron	(1300°)	—	2.5	4.4	—	B	11	— 3	—	—	—	—	—	
Carbon	>(2500°)	—	<2.0	6	4	C	12	— 4	—	—	—	—	—	
Nitrogen	-303°	—	<0.7	30	3	N	14	— 3*	—	—	—	—	—	
Oxygen	<-200°	—	<1.0	16	2	O	16	— 3* - 5*	—	—	—	—	—	
Fluorine	—	—	—	—	1	F	19	—	—	—	—	—	—	
Sodium	96°	0.71	0.98	23	—	Na	23	1†	—	—	—	—	3	
Magnesium	500°	0.27	1.74	14	2	Mg	24	— 2†	—	—	—	—	—	
Aluminium	600°	0.23	2.6	11	3	Al	27	— 3	—	—	—	—	—	
Silicon	(1300°)	0.08	2.3	12	4	Si	28	— 3 4	—	—	—	—	—	
Phosphorus	44°	1.28	2.2	14	3	P	31	— 3 4 5*	—	—	—	—	—	
Sulphur	114°	0.67	2.07	15	2	S	32	— 2 - 4* 5* 6*	—	—	—	—	—	
Chlorine	-75°	—	1.3	37	1	Cl	35.5	— 3 - 5* - 7*	—	—	—	—	—	
Potassium	58°	0.84	0.87	45	—	K	39	1†	—	—	—	—	4	
Calcium	(800°)	—	1.6	25	—	Ca	40	— 2†	—	—	—	—	—	
Scandium	—	—	(2.5)	(18)	—	Sc	44	— 2†	—	—	—	—	—	
Titanium	(2500°)	—	(5.1)	(9.4)	—	Ti	48	— 3 4	—	—	—	—	—	
Vanadium	(3000°)	—	5.5	9.2	—	V	51	— 2 3 4 5	—	—	—	—	—	
Chromium	(3000°)	—	5.5	8.0	—	Cr	52	— 2 3 - 6*	—	—	—	—	—	
Manganese	(1500°)	—	7.5	7.3	—	Mn	55	— 2† 3 4 - 6* 7*	—	—	—	—	—	
Iron	1400°	0.12	7.8	7.2	—	Fe	56	— 2† 3 - 6*	—	—	—	—	—	
Cobalt	(1400°)	0.13	8.6	6.8	—	Co	58.5	— 2† 3 4	—	—	—	—	—	
Nickel	1850°	0.17	8.7	6.8	—	Ni	59	— 2† 3	—	—	—	—	—	
Copper	1054°	0.29	8.8	7.2	—	Cu	63	1† 2† 3	—	—	—	—	—	
Zinc	425°	—	7.1	9.2	—	Zn	65	— 2† 3	—	—	—	—	—	
Gallium	30°	—	5.96	12	3	Ga	70	— 3	—	—	—	—	—	
Germanium	900°	—	5.47	13	4	Ge	72	— 2 - 4	—	—	—	—	—	
Arsenic	500°	0.06	5.7	13	3	As	75	— 3 - 5*	—	—	—	—	—	
Selenium	317°	—	4.8	16	2	Se	79	— 1 - 4 - 6*	—	—	—	—	—	
Bromine	-7°	—	3.1	86	1	Br	80	— 1 - 5* - 7*	—	—	—	—	—	
Rubidium	39°	—	1.5	67	—	Rb	85	1†	—	—	—	—	—	
Strontium	(600°)	—	2.5	35	—	Sr	87	— 2†	—	—	—	—	—	
Yttrium	—	—	(3.4)	(26)	—	Y	89	— 3†	—	—	—	—	—	
Zirconium	(1500°)	—	4.1	22	—	Zr	90	— 3 - 4	—	—	—	—	—	
Niobium	—	—	7.1	13	—	Nb	94	— 3 - 5*	—	—	—	—	—	
Molybdenum	—	—	8.6	12	—	Mo	96	— 2 3 4 - 6*	—	—	—	—	—	
Ruthenium	(3000°)	0.10	12.2	8.4	—	Ru	103	— 2 3 4 - 6 - 8	—	—	—	—	—	
Rhodium	(1900°)	0.08	12.1	8.6	—	Rh	104	— 2 3 4 - 6	—	—	—	—	—	
Palladium	1500°	0.12	11.4	8.3	—	Pd	106	1† 2 - 4	—	—	—	—	—	
Silver	950°	0.19	10.5	10	—	Ag	108	1†	—	—	—	—	—	
Cadmium	320°	0.31	8.6	13	3	Cd	112	— 2†	—	—	—	—	—	
Indium	176°	0.46	7.4	14	—	In	113	— 2 3	—	—	—	—	—	
Tin	230°	0.23	7.2	16	4	Sn	118	— 2 - 4	—	—	—	—	—	
Antimony	483°	0.12	6.7	18	3	Sb	120	— 3 4 5	—	—	—	—	—	
Tellurium	455°	0.17	6.4	20	2	Te	125	— 3 - 4 - 6*	—	—	—	—	—	
Iodine	114°	—	4.9	26	1	I	127	— 1 - 3 - 5* - 7*	—	—	—	—	—	
Cesium	27°	—	1.88	71	—	Cs	133	1†	—	—	—	—	—	
Barium	—	—	3.75	36	—	Ba	137	— 2†	—	—	—	—	—	
Lanthanum	(600°)	—	6.1	23	—	La	139	— 3†	—	—	—	—	—	
Cerium	(700°)	—	6.6	21	—	Ce	140	— 3 4	—	—	—	—	—	
Didymium	(800°)	—	6.5	22	—	Di	142	— 3 - 5	—	—	—	—	—	
Ytterbium	—	—	(6.9)	(25)	—	Yb	173	— 3	—	—	—	—	—	
Tantalum	—	—	10.4	18	—	Ta	182	— 4 - 5	—	—	—	—	—	
Tungsten	(1500°)	—	19.1	9.6	—	W	184	— 4 - 6	—	—	—	—	—	
Osmium	(3500°)	0.07	22.5	8.5	—	Os	191	— 3 4 - 6 - 8	—	—	—	—	—	
Iridium	2000°	0.07	22.4	8.6	—	Ir	193	— 3 4 - 6	—	—	—	—	—	
Platinum	1775°	0.05	21.5	9.2	—	Pt	196	— 2 - 4	—	—	—	—	—	
Gold	1045°	0.14	19.3	10	—	Au	198	— 1 - 3	—	—	—	—	—	
Mercury	-39°	—	13.6	15	3	Hg	200	1† 2†	—	—	—	—	—	
Thallium	204°	0.31	11.8	17	—	Tl	204	— 1† - 3	—	—	—	—	—	
Lead	326°	0.29	11.3	18	4	Pb	206	— 2† - 4	—	—	—	—	—	
Bismuth	268°	0.14	9.8	21	3	Bi	208	— 3 - 5	—	—	—	—	—	
Thorium	—	—	11.1	21	—	Th	232	— 4	—	—	—	—	—	
Uranium	(800°)	—	18.7	13	—	U	240	— 4 - 6	—	—	—	—	—	

Como acabamos de mencionar, existían excepciones a la ordenación de los elementos según sus masas atómicas (caso del yodo y el teluro) para las cuales no se había encontrado aún explicación. Al número de orden en la tabla se le llamó número atómico pero tampoco se le había dado una interpretación física. En 1912 el físico inglés Henry Moseley demostró la relación entre el número atómico y la carga nuclear de los elementos mediante estudios de rayos X. Así, concluyó que los elementos se ordenaban en realidad en la tabla de acuerdo con la carga positiva del núcleo, que estaba relacionada directamente con el número atómico. Posteriormente se descubriría la existencia de unas partículas con carga positiva en el núcleo que eran las que le conferían su carga, los protones. Era por tanto el número de protones en el núcleo lo que establecía la ordenación de elementos en la tabla, y no la masa atómica.



Henry Moseley

Tabla periódica

Tabla Periódica de los Elementos

1																	18
1 H Hidrógeno 1.008																	2 He Helio 4.003
3 Li Litio 6.941	4 Be Berilio 9.012											5 B Boro 10.811	6 C Carbono 12.011	7 N Nitrógeno 14.007	8 O Oxígeno 15.999	9 F Fluor 18.998	10 Ne Neón 20.180
11 Na Sodio 22.990	12 Mg Magnesio 24.305											13 Al Aluminio 26.982	14 Si Silicio 28.086	15 P Fósforo 30.974	16 S Azufre 32.064	17 Cl Cloro 35.453	18 Ar Argón 39.948
19 K Potasio 39.098	20 Ca Calcio 40.078	21 Sc Escandio 44.956	22 Ti Titanio 47.867	23 V Vanadio 50.942	24 Cr Cromo 51.996	25 Mn Manganeso 54.938	26 Fe Hierro 55.845	27 Co Cobalto 58.933	28 Ni Níquel 58.693	29 Cu Cobre 63.546	30 Zn Zinc 65.38	31 Ga Galio 69.723	32 Ge Germanio 72.631	33 As Arsénico 74.922	34 Se Selenio 78.971	35 Br Bromo 79.904	36 Kr Kriptón 84.778
37 Rb Rubidio 84.468	38 Sr Estroncio 87.62	39 Y Ytrio 88.906	40 Zr Zirconio 91.224	41 Nb Niobio 92.906	42 Mo Molibdeno 95.95	43 Tc Tecnecio 98.907	44 Ru Rutenio 101.07	45 Rh Rodio 101.906	46 Pd Paladio 106.42	47 Ag Plata 107.868	48 Cd Cadmio 112.414	49 In Indio 114.818	50 Sn Estado 118.711	51 Sb Antimonio 121.760	52 Te Telurio 127.4	53 I Yodo 126.904	54 Xe Xenón 131.294
55 Cs Cesio 132.905	56 Ba Bario 137.328	57-71 Lantánido	72 Hf Hafnio 178.49	73 Ta Tantalio 180.948	74 W Wolframio 183.84	75 Re Reniio 186.207	76 Os Osmio 190.23	77 Ir Iridio 192.222	78 Pt Platino 195.085	79 Au Oro 196.967	80 Hg Mercurio 200.592	81 Tl Talio 204.383	82 Pb Plomo 207.2	83 Bi Bismuto 208.980	84 Po Polonio [209]	85 At Astatina [209]	86 Rn Radón [222]
87 Fr Francio 223.021	88 Ra Radio 226.025	89-103 Actínido	104 Rf Rutherfordio [261]	105 Db Dubnio [262]	106 Sg Seaborgio [263]	107 Bh Bohrio [264]	108 Hs Hassium [265]	109 Mt Meitnerio [266]	110 Ds Darmstadtio [269]	111 Rg Roentgenio [272]	112 Cn Copernicio [277]	113 Uut Ununtrio desconocido	114 Fl Flerovio [289]	115 Uup Ununpentio desconocido	116 Lv Livermorio [293]	117 Uus Ununseptio desconocido	118 Uuo Ununoctio desconocido
57 La Lantano 138.905	58 Ce Cerio 140.116	59 Pr Praseodimio 140.908	60 Nd Neodimio 144.242	61 Pm Prometio 144.912	62 Sm Samario 150.36	63 Eu Europio 151.964	64 Gd Gadolinio 157.25	65 Tb Terbio 158.925	66 Dy Dispromio 162.500	67 Ho Holmio 164.930	68 Er Erbio 167.259	69 Tm Tulio 168.934	70 Yb Yterbio 173.055	71 Lu Lutecio 174.967			
89 Ac Actinio 227.028	90 Th Torio 232.038	91 Pa Protactinio 231.036	92 U Uranio 238.029	93 Np Neptunio 237.048	94 Pu Plutonio 244.064	95 Am Americio 243.061	96 Cm Curio 247.070	97 Bk Berkelio 247.070	98 Cf Californio 251.080	99 Es Einsteinio [254]	100 Fm Fermio 257.095	101 Md Mendelevio 288.1	102 No Nobelio 289.101	103 Lr Lawrencio [262]			
Alcalino	Alcalinotérreo	Metal de transición	Metales del bloque p		Metaloides	No metal	Halógeno	Gas noble	Lantánido	Actínido							

La tabla más usada hoy día es el sistema periódico “largo”, elaborado por Wernner y Paneth. En 1923 H. G. Deming usó la notación clásica de los grupos, que fue modificada en 1988 por la IUPAC.

Bibliografía y Webgrafía:

Asimov, I.: *Breve historia de la química*, Alianza Editorial, S.A., Madrid, 1988.

Atkins, P. y Jones, L.: *Química*, Barcelona, 1998.

https://es.wikipedia.org/wiki/Johann_Wolfgang_D%C3%B6bereiner

https://es.wikipedia.org/wiki/John_Alexander_Reina_Newlands

https://es.wikipedia.org/wiki/Alexandre-Emile_B%C3%A9guyer_de_Chancourtois

https://es.wikipedia.org/wiki/Julius_Lothar_Meyer

https://es.wikipedia.org/wiki/Dmitri_Mendel%C3%A9yev

Elementos de la tabla periódica en cristal

Eva Aguilera Herrador

Profesora de Biología y Geología. IES Antonio de Mendoza

Un guiño a la tabla periódica

Cr (Cromo), I (yodo), S (azufre), T, Al (Aluminio), A, Nd (Neodimio), Al (Aluminio), U (Uranio), S (azufre): “CrISTAl ANdAlIUS” es el nombre del Proyecto que ha quedado en segundo puesto en el concurso de Cristalización en la Escuela en su edición décima a nivel andaluz. El trabajo ha sido presentado por parte del alumnado de 1º y 2º ESO del IES Antonio de Mendoza de Alcalá la Real y en él se presentan las letras del proyecto cristalizadas con fosfato de monoamonio (ADP) según los símbolos de los elementos químicos de la tabla periódica.

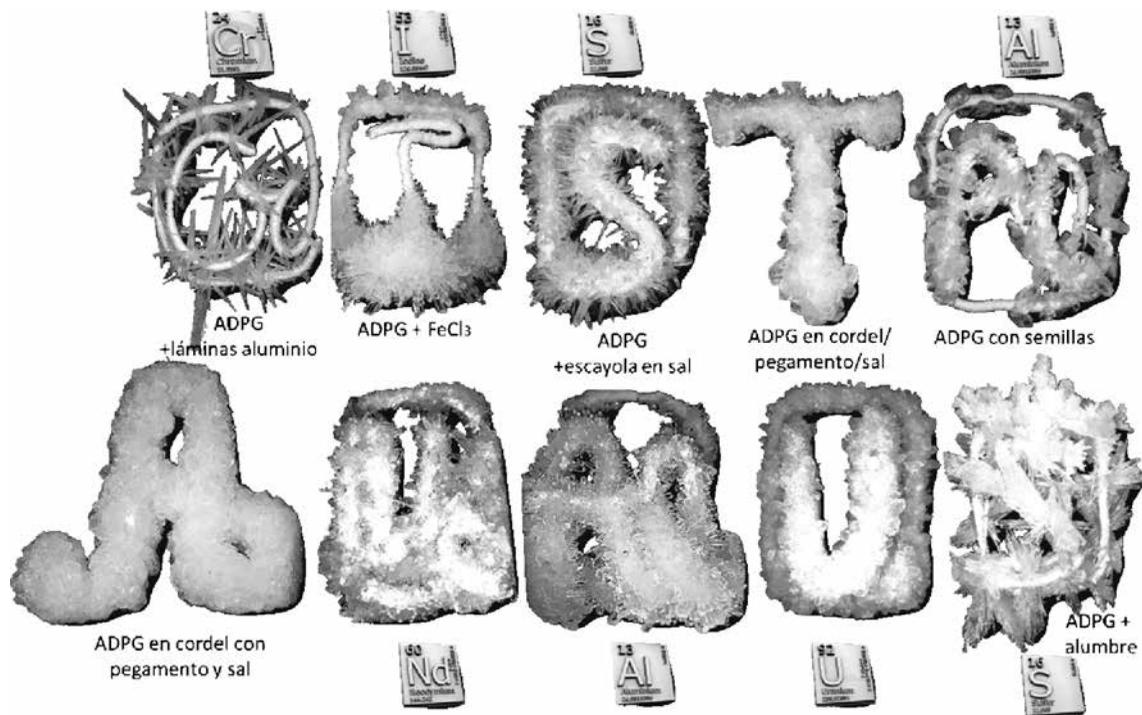


Figura 1: Letras con los símbolos de los elementos de la Tabla Periódica presentes en el título del proyecto “Cristal Andalus, nuestro patrimonio en cristal”.

Un proyecto que muestra el funcionamiento de la Ciencia

Con el proyecto se ha pretendido el estudio del proceso de cristalización por parte del alumnado a la vez que se ha investigado sobre nuestro patrimonio geológico y biológico. Dicha investigación se ha llevado a cabo a través de un enfoque que ha perseguido una mayor profundización en el proceder científico, en el que el trabajo se ha dividido en una

serie de Tesis Doctorales, realizadas por alumnos y alumnas de 1º o 2º de ESO que han actuado como “doctorandos” bajo la tutela de otros educandos que han hecho las veces de directores y codirectores de tesis, y con la ayuda de alumnos colaboradores.

Nuestro patrimonio en cristal

Englobada en la investigación de una de las Tesis Doctorales, se hizo Andalucía en cristal utilizando ADP separando las zonas según su relieve y tipo de vegetación. Dentro de los elementos que podemos encontrar en nuestra comunidad autónoma, se hicieron figuras del patrimonio natural de Andalucía en cristal. Así, se cristalizó un olivo con ADP y colorante verde, y un pinsapo, que se cristalizó con ADP dopado con aluminio. El alumnado pudo observar los diferentes tipos de cristales que podemos conseguir en base al tipo de cristalización y que nos llevaron a obtener los distintos tipos de hojas de cada uno de los árboles estudiados.

Por otro lado, se intentó simular la cristalización de cuevas. Para obtener los cristales de la geoda de Pulpí se cristalaron monocristales de ADP grandes y transparentes utilizando diferentes sustancias para darles la forma deseada. Se sintetizaron además cristales de aragonito a partir del carbonato de calcio disuelto en vinagre y que se había extraído previamente de rocas de construcción.

El alumnado pudo además ser consciente de la importancia del uso de la tecnología, por un lado para diseñar e imprimir la geoda de Pulpí con una impresora 3D a escala 1:16, y por otro para montar un video para representar el proceso de cristalización en un holograma.

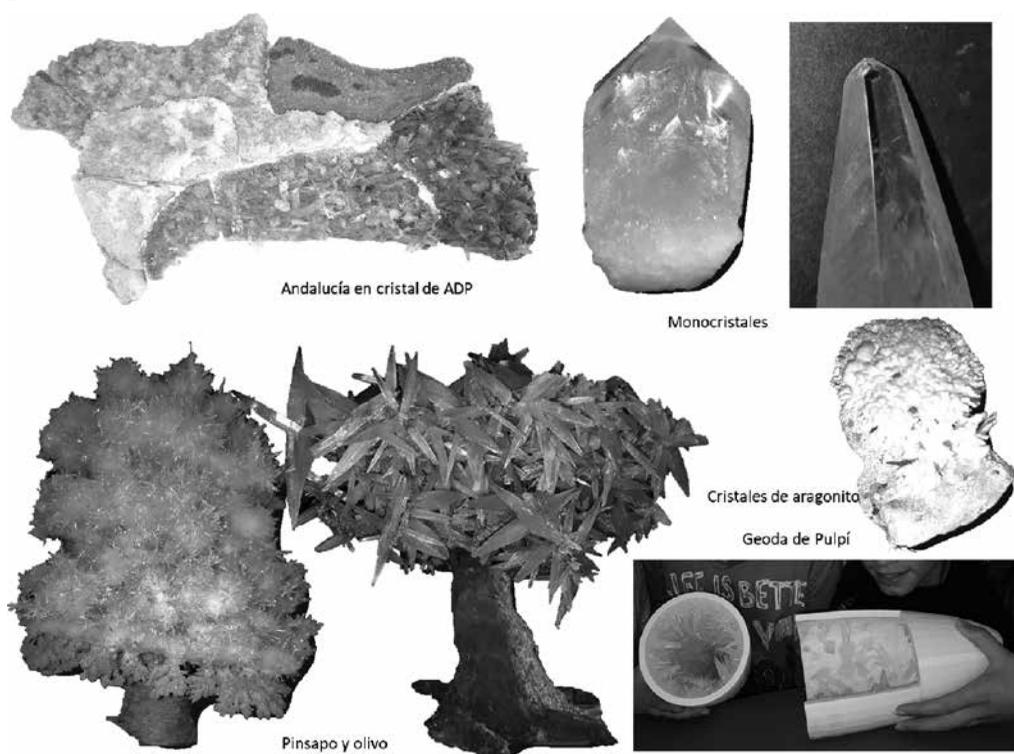


Figura 2: Algunos de los productos resultados de la cristalización de ADP y carbonato de calcio.

La difusión de la ciencia

El conocimiento adquirido se ha llevado a un documento de difusión. En el proyecto anterior, “*La Cristalización de la Ciencia*”, pusimos de manifiesto la necesidad de difundir el saber, pues no hay verdadera ciencia si no hay difusión de lo creado. Así, el trabajo cristalizó en un paper o artículo científico. Este año se ha creado una revista de divulgación científica “*National Crystallographic*”, otro elemento de difusión disponible para el ciudadano de a pie, y no solo para los científicos como tales.

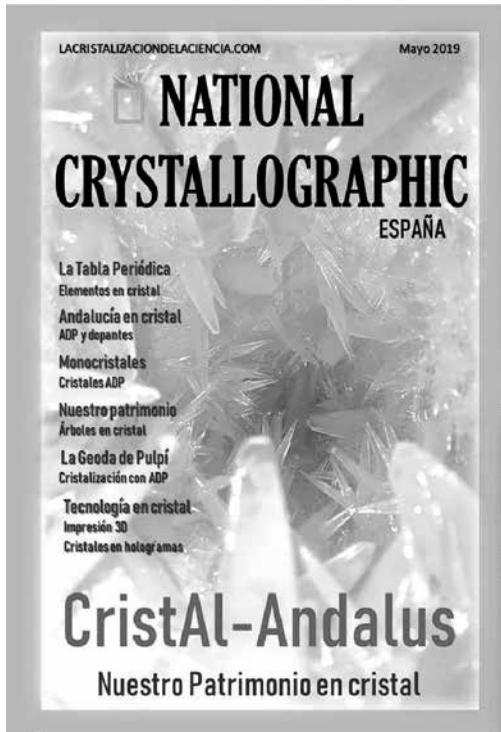


Figura 3: Parte de la revista de difusión científica “National Crystallographic” creada para mostrar al alumnado otro de los medios existentes para la difusión del saber.

Una Tabla de Científicas

José Luis Fernández García

Profesor de Física y Química. IES Antonio de Mendoza

El Departamento de Ciencias Naturales del IES Antonio de Mendoza, con motivo de la celebración del Año Internacional de la Tabla Periódica y del Día de la Mujer, el pasado 8 de marzo, ha querido sumarse a las manifestaciones de apoyo a la mujer que han proliferado especialmente este año tanto en España como en el resto del mundo, y cuya repercusión pudimos ver a lo largo de la siguiente semana en todos los medios.

Mediante un proyecto elaborado con la ayuda del alumnado de 2º de ESO del centro, se ha diseñado una tabla periódica bilingüe (inglés) de las mujeres, asociando a cada elemento del sistema periódico el nombre de una mujer destacada en un área determinada de la ciencia. La tabla se ha modificado en base a la ya existente en la red elaborada por Teresa Valdés-Solís, ingeniera química y doctora (UniOvi) en Tecnologías del Medio Ambiente.

	1 Sy																	Yw						
	3 St	La																	5 Hg	Bl	Ap	Sv	9 Lm	Sn
Ciencias naturales	11 Lh	Ay	Paleontólogas				Astrónomas				Físicas				13 Cw	Sc	T	Wt	17 Nu	El				
	19 Ba	Cr	An	Ma	23 Sm	No	Wk	Fl	27 Py	Cu	Mt	Dr	31 Fr	Mg	Bw	Kl	35 Br	Co						
	37 Mh	Ho	Lk	Bs	41 Ge	Ko	Hr	Lv	45 Ru	Jc	Gp	Jk	49 Nd	Rc	Ng	Ch	53 Gr	Ck						
	55 Th	K		Ag	73 Mz	H	Mi	Cn	77 Be	Pe	Sr	Tk	81 Pz	Bb	Yn	Do	85 Y	B						
	87 Ca	Ha		Gv	105 Jh	Lp	Z	Rm	109 Ti	W	Bu	Fy	113 Pc	Ln	Al	Me	117 Av	Cv						
	57 Cb	Cs	Wo	Lo	61 F	Ct	Yz	Mb	65 Bn	Ju	Sl	Bc	69 Zn	Mo	Bt									
	89 Rr	Cl	By	C	93 Fe	Rd	Mr	Si	97 Fu	Mn	Vr	Ni	101 Bd	Ms	Gd									
	Matemáticas				Químicas				Primatólogas															

Figura 1. Tabla periódica de las científicas adaptada de la referencia 1.

Para llevar a cabo el proyecto, a cada alumno o alumna se le asignaron dos elementos, asociados a dos mujeres, y ellos/as mismos/as se encargaron de elaborar los documentos Power Point en los que relataban, en inglés, algunos de los aspectos más significativos de su personaje, así como sus contribuciones más destacables a la ciencia. Se recoge además el símbolo del elemento químico en cuestión con sus parámetros característicos, como el número atómico, masa atómica y símbolo. Además, cada mujer lleva asociado a su vez un

símbolo, sugerido por su nombre, para emular el modo en que se representan los elementos en la tabla, y se incluye una imagen de la misma. Este trabajo entra en el espectro de las actividades desarrolladas dentro de nuestro centro bilingüe, que, conviene recordarlo, el curso pasado recibió un premio autonómico por sus buenas prácticas bilingües.

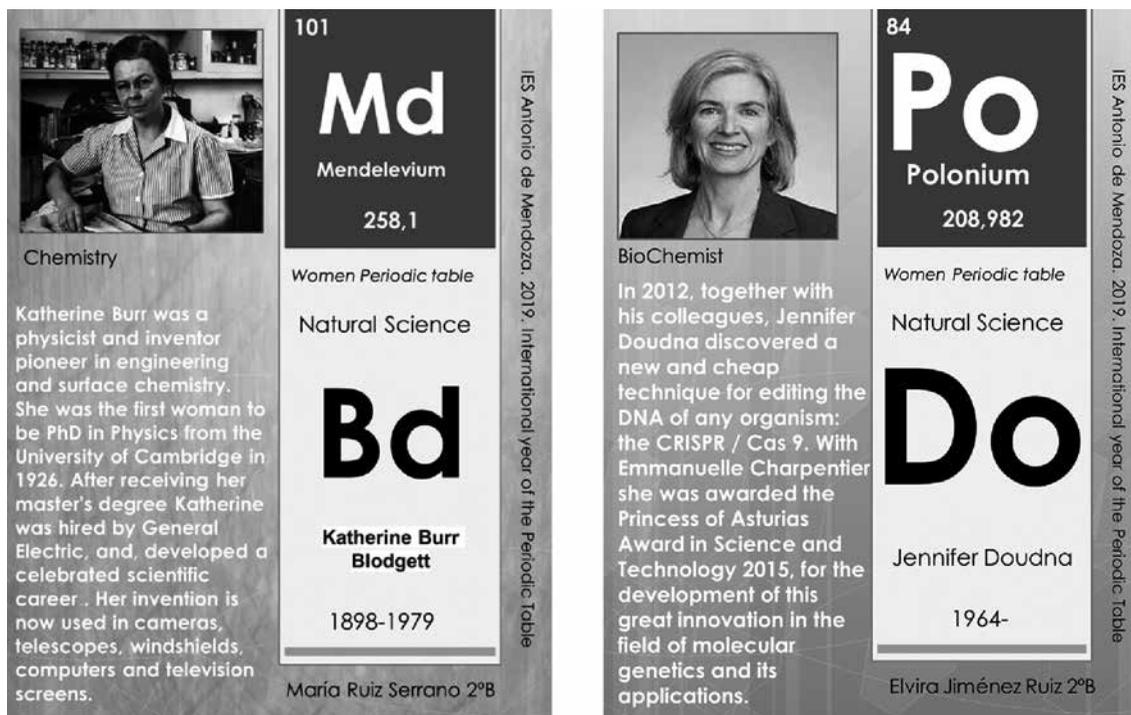


Figura 2. Ejemplos de material elaborado por el alumnado con información sobre las científicas y el elemento químico localizado en la misma posición en la tabla periódica de los elementos.

Las presentaciones se hicieron en tamaño A5 y fueron impresas para formar entre todas un poster con nuestra propia tabla de las mujeres científicas. En ella se han recogido nombres tan célebres como Marie Curie, Joan Godal o Hedy Lamar, actriz, esta última, que demostró con su ejemplo que la belleza no tiene por qué estar reñida con la inteligencia. Pero se incluyen además nombres menos conocidos, aunque no por ello menos destacables, como Marie Stopes, Grace Hopper o Katherine Johnson. Esta última fue retratada en la película “Figuras ocultas” (Hidden figures), donde se describe el papel que jugaron las mujeres negras en la carrera espacial a finales de la década de los sesenta del siglo pasado en las instalaciones de la NASA, en los Estados Unidos.

El Departamento de Ciencias Naturales ha querido contribuir con su granito de arena a esta causa y de paso rescatar del olvido algunas de estas “figuras ocultas” femeninas que el mundo de la ciencia, predominantemente masculino, parece haberse empeñado en ignorar.

Webgrafía:

1. <https://naukas.com/2018/11/23/la-tabla-periodica-de-las-cientificas/>

La Estadística y sus oportunidades laborales en nuestra sociedad

Pedro A. García

Catedrático del Departamento de Estadística e I.O. Universidad de Granada

La Estadística en nuestra vida diaria

Comenzaré esta aportación definiendo lo que entendemos por Estadística y qué utilidad tiene esta disciplina en nuestra sociedad. Cada texto básico de Estadística y cada autor proporciona una definición de este saber, algunas de ellas en relación con su uso como herramienta de información económico-social (censos, padrones municipales, informes sobre costes laborales, hipotecas, consumos, etc.) y otras relativas a su naturaleza como herramienta de análisis de datos (obtenidos éstos con determinados procedimientos y cuidados formales). Quizá la definición más difundida sea la de Murray R. Spiegel, en la que dice: *“La estadística estudia los métodos científicos para recoger, organizar, resumir y analizar datos, así como para sacar conclusiones válidas y tomar decisiones razonables basadas en tal análisis”*.

Y, en efecto, en nuestros días la Estadística es por excelencia el conjunto de técnicas que nos permiten analizar datos, como ayuda a toma de decisiones, en campos tan diversos como la Economía, la Salud Pública, la modelización en Física y en Ingeniería e incluso en el análisis de textos de discursos literarios, por citar algunos de ellos. El uso (y a veces abuso) de la Estadística en nuestra sociedad es tan abrumador que hoy en día, y a modo de ejemplo, no se concibe la lectura de un diario sin la inclusión de estadísticas económicas, reseñas científicas con sus análisis estadísticos asociados, o las estadísticas que aparecen en redes sociales como las conocidas valoraciones de *TripAdvisor*. Además, son escasos los campos científicos aplicados que no usan métodos estadísticos para extraer conclusiones de los datos experimentales que manejan.

Ilustraré a continuación (figuradamente) algunos ejemplos en los que la Estadística se cruza en nuestra vida diaria, haciendo mención de algunos métodos estadísticos de amplia difusión científica, económica y social, que aparecen cotidianamente en la vida de cualquiera de nosotros:

- 7:30.- Me levanto y enciendo la luz: Series temporales de demanda de energía.
- 7:45.- Me ducho, uso dentífrico y espuma de afeitar: Estudios de capacidad en hidrología, tolerancias y control estadístico de la calidad.
- 8:00.- Tomo un café, una tostada, cereales y leo la cifra del IPC en el periódico: Diseño de experimentos para la mejora de cultivos, estudios de fiabilidad (duración de la tostadora, encuestas oficiales).
- 8:15.- Me visto con unos vaqueros y escucho en la radio el tiempo que hará: Estudios de texturas y percepción del color (colorimetría). Tallajes con base en la distribución Normal. Modelos de predicción meteorológica.
- 8:28.- Doy los buenos días a mi vecino (jubilado): Proyecciones demográficas. Ensayos clínicos de medicamentos.

- 8:30.- Camino a la Facultad voy por la autovía: Estudios de tráfico: capacidad, limitaciones, regulación semafórica. Diseño de estructuras viarias resistentes a extremos.
- 8:50.- Entro en Facebook y hago una llamada a un móvil: Monitoreo de redes sociales (big data) y Procesos de transmisión de señales.
- 9:00.- Inicio mi clase de Estadística Aplicada: Se pasa la encuesta de valoración docente.
- 9:05.- Alguien estornuda: Procesos de difusión de enfermedades (Epidemiología).

Estadística y Matemáticas

Podríamos plantear la cuestión preguntándonos que si las Matemáticas son “Ciencias Exactas”, ¿es entonces la Estadística una parte de las Matemáticas? Pues bien, en puridad la respuesta a esta pregunta tendría que ser que, de ser cierta la premisa, la Estadística es un saber distinto de las Matemáticas. De hecho, una de las críticas que se vierten sobre los métodos estadísticos es que estos no son exactos, y que por tanto están sometidos a error. En efecto, esa es la naturaleza de la mayoría de los métodos estadísticos: trabajar con datos sujetos a error y ser capaces de controlar y manejar el mismo, distinguiendo fundamentalmente si tal error es sistemático (y por tanto debería incorporarse como un elemento más del modelo) o aleatorio. Esta es, obviamente, la diferencia fundamental que distingue la Matemática de la Estadística, si es que fuera necesario distinguirlos como saberes diferentes.

Es más, si fuera pertinente hablar de Matemática *pura*, no tiene ningún sentido hablar Estadística *pura*. En el primer caso, la expresión alude a que los modelos matemáticos persiguen obtener modelos exactos (libres de error) por medio de la deducción y/o inducción lógica partiendo de premisas, digamos ciertas. En el segundo caso, sólo se podrá hablar de Estadística Matemática como base de los modelos matemáticos que usa la Estadística con el fin de analizar unos datos que, y esta es su naturaleza, no tiene sentido que estén libres de error.

A mayor abundamiento, hoy en día, la mayor parte de los grupos científicos distinguen a la Estadística (más precisamente a la Estadística y la Probabilidad) como área de conocimiento diferenciada de las Matemáticas, como en su momento se empezó a distinguir las Ciencias de la Computación como saber propio respecto, también, de las Matemáticas. Ciertamente hoy nadie discute que los métodos de Computación e Inteligencia Artificial están más próximos a la Informática que a la Matemática propiamente dicha. Y, en mi opinión, es el mismo caso con la Estadística, área en la que en la actualidad se ofertan Grados y Másteres universitarios muy diferenciados de los tradicionales de Matemáticas. Quizá la asimilación que todavía se pretende de la Estadística como una parte más de las Matemáticas, responde más a un interés para conservar parte de las oportunidades laborales que antaño tenían los matemáticos que realizaban la especialidad de Estadística, de la que yo soy un ejemplo y puedo hablar con conocimiento de causa.

Oportunidades laborales en el Campo de la Estadística

Siguiendo con el razonamiento anterior, y dado que esta comunicación se dirige, fundamentalmente, a estudiantes de Enseñanzas Medias, les diré con satisfacción que las salidas profesionales de una persona formada en Métodos Estadísticos es bastante más que

halagüeña. En efecto, según un estudio de la Universidad de Valladolid sobre datos del Instituto Nacional de Estadística, el grupo de titulados en Estadística aparece destacado en el ranking de la Encuesta de Población Activa por tener una de las tasas de paro más bajas. Así, en una nota de prensa de 20 de mayo de 2016, el Instituto Nacional de Estadística (INE) informó que las tasas de desempleo más bajas vienen asociadas al colectivo de profesionales con formación en Estadística y/o Matemáticas, con apenas un 8,2% de tasa de desempleo cuando la media de paro en España estaba en el 22,06%. (<http://www.ine.es/prensa/np968.pdf>). Cabe decir también que están en el primer lugar del ranking en cuanto a tasa de ocupación, siendo segundos los Informáticos.

Conviene tener en cuenta que el INE incluye en el mismo epígrafe a los estadísticos y a los matemáticos, si bien no detalla (como es lógico) cual es el empleo concreto de cada titulado. En este sentido, puedo afirmar que los profesionales de estos colectivos que trabajan en tareas industriales o de consultoría (de empresas, organismos públicos, etc.), realizan trabajos con mayor contenido en Estadística y que los dedicados a la docencia lo hacen en mayor parte en el ámbito de las Matemáticas. No obstante, y en honor a la verdad, cualquier titulado de ambas disciplinas podría “reciclarse” y actualizar sus conocimientos en el otro saber sin mucha dificultad, como también podrían hacerlo titulados de otras áreas científicas. Otro asunto es el tiempo extra que ocupe dicho reciclaje.

En cualquier caso, sí es interesante reseñar que hay demanda de estos titulados y que esa demanda seguirá existiendo, en un mundo cada vez más basado en el tratamiento masivo de datos. En este tipo de ocupaciones, recomiendo que el lector acceda a portales de empleo para que observe por sí mismo la demanda de perfiles profesionales como “Analista de Datos”, “Data Scientist”, “Data Analyst Big Data” y demás denominaciones, que no son más que estadísticos que son capaces de gestionar y analizar bases de datos mediante las técnicas de la Estadística. De estos perfiles se pueden ofertar unos 50 puestos semanales (¡hagan la prueba!), demanda a la que nuestro sistema universitario es incapaz de dar respuesta, de ahí la ínfima tasa de paro de la que hemos hablado. Y a estas ofertas se añade la demanda, diríase, tradicional de titulados para diversos organismos públicos y privados como:

- Los institutos públicos de Estadística: El INE, los institutos de Estadística de las Comunidades Autónomas, el Centro de Investigaciones Sociológicas (CIS), EUROSTAT.
- Banca y consultoría para estudios de Evolución económica, confianza empresarial y de riesgo y morosidad: Banco de España, Banco Central Europeo, Bancos privados y Cajas.
- Empresas de Estudios Estadísticos sobre barómetros de opinión, proyectos de Marketing y estimación de audiencias, y Paneles empresariales y de consumidores.
- Entidades Financieras y de Seguros para cálculos actuariales.
- Resto de organismos públicos con servicios estadísticos como: el Ministerio de Trabajo y el Ministerio de Industria, Turismo y Comercio (o el que asuma las competencias de turismo), que realizan estadísticas oficiales tan conocidas como las de afiliaciones a la Seguridad Social y de movimiento de viajeros y de calidad turística, entre otras.
- Organismos de Investigación científica que suelen disponer de una unidad de apoyo estadístico: Hospitales, Departamentos universitarios, Institutos de investigación.

Y por último, y no menos importante, el empleo en la enseñanza de la Estadística, tan-

to a nivel universitario como de la enseñanza secundaria, ya que los titulados en Estadística pueden acceder, con el correspondiente master universitario en educación secundaria, a la docencia en este ciclo educativo.

Pues bien, aunque es muy difícil cuantificar la demanda de titulados en todos estos organismos, haré una estimación muy conservadora del empleo que se puede generar por año. Simplemente me limitaré a dar datos aproximados de los empleos actuales de estos organismos (en 2019), cifra que dividiré por 40 para estimar el número de empleos que haya que sustituir por jubilación.

- Personal en departamentos universitarios con docencia en Estadística: (1400 en departamentos llamados de Estadística + 700 en departamentos de Economía Aplicada, Metodología de las Ciencias del Comportamiento, etc.).
- INE (500) + Institutos oficiales de Estadística (650).
- Diputaciones, Ayuntamientos, Consejerías de la Junta de Andalucía (70) + organismos análogos de otras Comunidades (600).
- Ministerios, Banco de España e Institutos de Investigación (80).

En definitiva, un total estimado de unos 4.000 profesionales, que con la sola reposición por jubilación de este personal, supondrían más de 100 las plazas por año, cifra que entiendo debe ser demasiado conservadora. Cabe mencionar además que son múltiples las becas que se ofertan desde diversos organismos para recién titulados. Además de las plazas anteriores, hay multitud de organismos diversos que ofrecen plazas para titulados en Estadística.

Formación en Estadística

Respecto de las oportunidades laborales que he mencionado, debemos referir el número de titulados en los diferentes Grados y Másteres de Estadística de nuestro sistema universitario. Pues bien, según datos del Consejo de Universidades, el número de estudiantes matriculados en universidades públicas en Estadística en el curso 2016-17 es de 1.449 y el número de egresados en el curso 2016-17 es de solo 164 (recordemos la demanda mínima de reposición por jubilación de 100 titulados). Se puede observar inmediatamente que el número de egresados es bastante inferior al correspondiente a su cohorte natural para unos estudios de 4 años: si todos los estudiantes pasan de curso con normalidad, debería haber aproximadamente la cuarta parte de egresados, esto es, unos 360. Esto quiere decir que el Grado tiene un nivel de exigencia que hay que considerar, pero que una vez realizado el esfuerzo, tendremos una recompensa casi inmediata en el mercado de trabajo. Esta situación también es similar en otras carreras de Ciencias y Tecnológicas, pero sinceramente creo que merece la pena afrontar el reto porque los trabajos y las condiciones laborales de estos profesionales son bastante mejores, en media, que titulados de otras ramas de conocimiento (Artes, Empresa y Humanidades) a excepción de los titulados en Ciencias de la Salud. La última ventaja es que a estas titulaciones se puede acceder con una nota de ingreso a la universidad, más bien baja. En definitiva el panorama es muy prometedor y, como profesor de Estadística, os animo a que, al menos, lo consideréis.

Y recordad la famosa frase de Nelson Mandela: *“siempre parece imposible hasta que se hace”*.

De tu impuesto a mi financiación, de la nanotecnología a tu vida

Manuel Caño García

Doctor en Fotónica. International Iberian nanotechnology laboratory (INL)

Dejadme que empiece el texto presentándome. Soy un joven nacido en Frailes hace unos 30 años, que hace quince estudió en el IES Antonio de Mendoza. Me hallo delante de mi portátil escribiendo este artículo por dos curiosas coincidencias, ser exitoso en mi carrera investigadora y haber nacido en la comarca Sierra Sur. Curiosamente, no es la primera vez que escribo en la revista, ya lo hice hace años cuando estudiaba en el instituto. Posteriormente acabé bachillerato en el IES Alfonso XI y mis dos carreras superiores en la UGR (Física e Ingeniería electrónica).

Al acabar mi formación, por motivos personales me trasladé a Madrid, donde acabé mi Máster en ciencias (M.Sc.) de Nanotecnología en la Universidad Autónoma de Madrid. Posteriormente realicé mi doctorado (PhD.) en fotónica en la Universidad Politécnica de Madrid. Mi carrera investigadora empezó en la UAM, en ese periodo me encontraba haciendo física fundamental para la comprensión de efectos cuánticos macroscópicos en materiales como la superconductividad¹. Posteriormente conseguiría financiación estatal para la realización de mi Tesis que acabó llamandose “*Tunable organic waveguides and microstructured devices*” en la UPM, donde pasé unos cuatro años manipulando la luz (fotones²) para distintas aplicaciones como las comunicaciones, imagen y sensado.

Actualmente he conseguido financiación europea dentro del programa marco H2020 (MSCA-COFUND)³ mediante el programa *NanoTrainforGrowth II*⁴ para la realización de mi proyecto “*photonic integrated circuits adapted to sensing of biological fluids*” (PICASSO) donde se pretende llevar la nanotecnología a la casa de cualquier ciudadano europeo que lo necesite. Para ello, me mudé de Madrid a Braga, donde trabajo en el Department of nanophotonics en el International Iberian nanotechnology laboratory (INL).

PICASSO tiene como objetivo la monitorización no invasiva de fluidos biológicos. En este caso, nos hemos centrado en el sensado de glucosa. Para ello se realizará un estudio de la posibilidad de medir los niveles de glucosa en saliva y lágrima. Lo más novedoso de este estudio es la posibilidad de la monitorización de estos niveles sin la necesidad de electrónica y sin necesidad de batería en el sensor.

¹ La superconductividad es un fenómeno que poseen ciertos materiales (en determinadas condiciones de presión y temperatura) con el cual su resistencia es exactamente 0 y pueden conducir electricidad sin pérdida de energía (Más información en <https://es.wikipedia.org/wiki/Superconductividad>, recomiendo la versión en inglés).

² El fotón es la partícula elemental cuántica de las manifestaciones electromagnéticas (incluyendo los rayos gamma, los rayos X, la luz ultravioleta, la luz visible, la luz infrarroja, las microondas y las ondas de radio) (<https://es.wikipedia.org/wiki/Fot%C3%B3n>).

³ https://ec.europa.eu/research/mariecurieactions/actions/co-funding-programmes_en

⁴ <https://ntgii.inl.int/research-fellows-call-4th>

Conceptos previos

En el siguiente apartado procederé a explicar de manera divulgativa los conceptos necesarios para explicar el funcionamiento del sensor dentro del proyecto PICASSO.

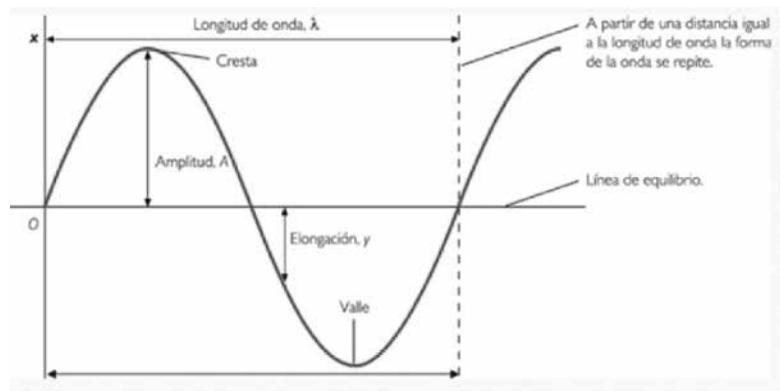
Como todos los lectores sabrán, todos los fenómenos que ocurren en el universo están enmarcados dentro de dos grandes teorías: la relatividad general y la mecánica cuántica. Para los dispositivos enmarcados dentro de PICASSO la mecánica cuántica es suficiente. El problema que tiene la cuántica es que se necesitan de un nivel de matemáticas avanzado, así que mientras los conceptos se puedan explicar con teorías anteriores (llamadas de la “física clásica”) procederé a ello.

Onda electromagnética: Concepto clásico de radiación electromagnética, donde una combinación de onda eléctrica y magnética acopladas se propagan a la velocidad de la luz. Estas pueden ser explicadas por las ecuaciones de Maxwell⁵. Aquí las trataremos de la manera más simplificada posible (onda propagándose en el espacio):

$$\varphi(x, t) = A \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x - \phi)$$

$$\omega = 2\pi\nu$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$



- $\lambda \rightarrow$ Longitud de onda
- $\nu \rightarrow$ Frecuencia
- $\omega \rightarrow$ Frecuencia angular
- $\Phi \rightarrow$ Fase
- $A \rightarrow$ Amplitud

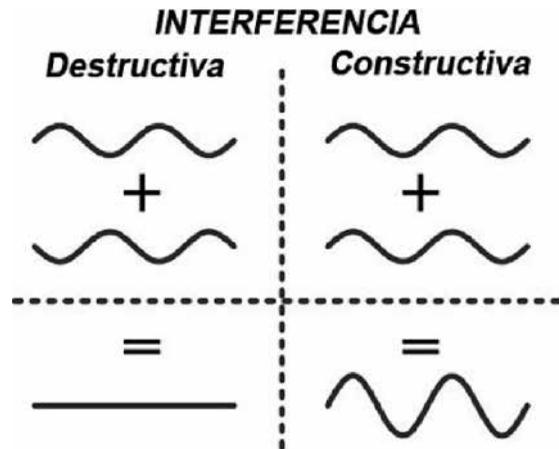
En nuestro caso (fotónica), tanto la frecuencia como la longitud de onda está relacionada con el color (lo define). Y la amplitud está relacionada con la cantidad de energía que tiene. La fase es un elemento matemático para indicar que energía posee en el instante de tiempo 0.

El concepto interesante al que pretendo llegar es al de **interferencia** entre ondas, para ello, hay un concepto que ayuda mucho que es el de desfase, básicamente es la diferencias entre fases (en fotónica, por motivos cuánticos, la luz sólo puede interferir si tiene exactamente el mismo color, es decir, misma longitud de onda o frecuencia). De esta manera, la interferencia de dos haces luminosos matemáticamente es la suma de dos ondas electromagnéticas. Y dependiendo del desfase, su amplitud puede ser la suma de ambos (constructiva) (A_1+A_2) (como máximo), cuando el desfase es 0, 360° o múltiplos

⁵ https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaciones_de_Maxwell

de 2π radianes, o la diferencia de ellas (destructiva) (A_1-A_2) cuando la fase es 180° o π radianes.

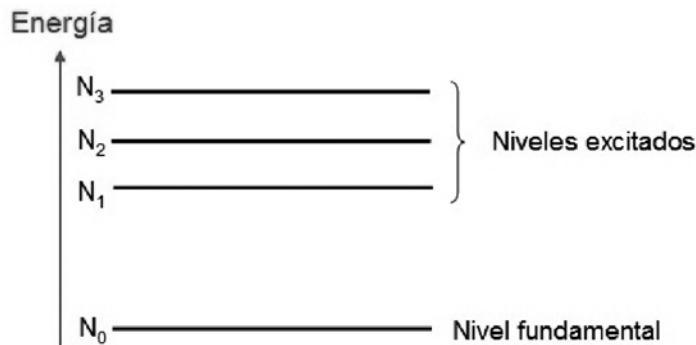
Mecánica cuántica estudia el comportamiento de la materia cuando las dimensiones de ésta son tan pequeñas que empiezan a notarse extraños efectos como la imposibilidad de conocer con exactitud la posición de una partícula o simultáneamente su posición y velocidad, sin afectar a la propia partícula. Los **principios básicos** de la física cuántica son fundamentalmente **dos**. El primero es que las partículas intercambian **energía** en **múltiplos enteros** de una cantidad mínima posible, es el llamado *cuanto de energía*. El segundo es que la posición teórica de las partículas está dada por una **función probabilística**, es decir que no es una certeza sino más bien una posibilidad.



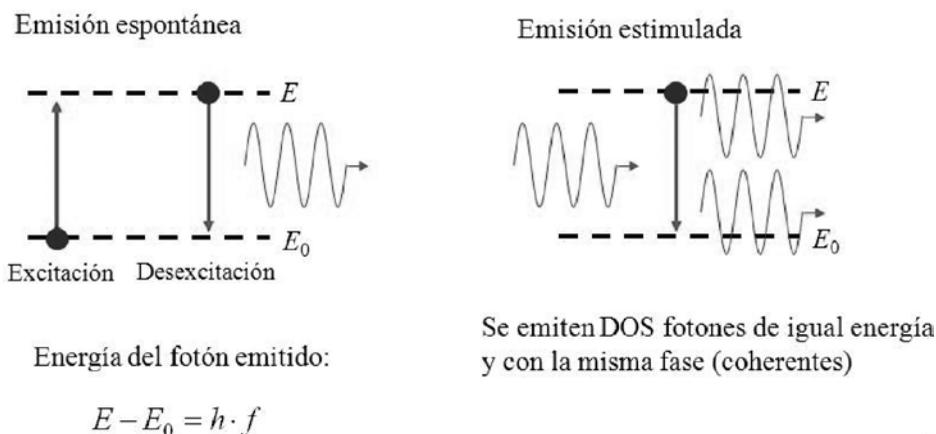
En fotónica la energía de un fotón viene dada por:

El hecho de que la energía del fotón esté asociado a su “color” hace que por el primer $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ principio (definido en este texto) de la mecánica cuántica, ella solo pueda interaccionar con luz de su mismo color.

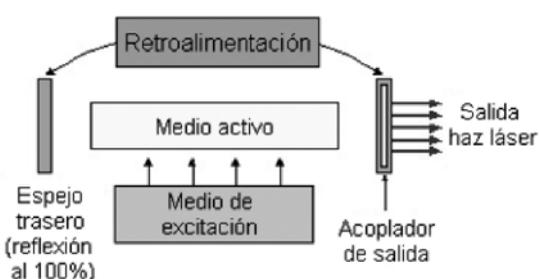
Niveles de energía puesto que la transmisión de energía entre partículas está cuantizada, la energía dentro de la materia sigue estas normas, por ejemplo en los átomos se definen los orbitales electrónicos. Cuando se poseen estructuras más complejas se definen los niveles de energía, que no son más que los niveles permitidos por esas unidades mínimas llamados cuantos. Como sé que es complejo de explicar, lo intentaré con un dibujo:



Donde el cuanto de energía está definido por la diferencia entre las energías entre niveles, cualquier partícula (fotón) con energía diferente a esas diferencias, pasaría sin alterar al sistema. En cambio, si la energía del fotón (recordar $E=h\nu$) coincide con la diferencia entre niveles, este será absorbido para excitar al sistema a un nivel excitado. Este proceso de **absorción** va ligado a otros dos procesos cuánticos. El segundo de ellos es el de **emisión espontánea**, proceso mediante el cual un sistema se des-excita emitiendo un fotón de energía idéntica al salto de energía. El tercero y último es el llamado **emisión estimulada**. Proceso mediante el cual, en un sistema excitado, la presencia de un fotón (con energía necesaria) provoca la emisión de dos fotones con idénticas propiedades.



Láser (del acrónimo inglés LASER, *light amplification by stimulated emission of radiation*; amplificación de luz por emisión estimulada de radiación) es un dispositivo que utiliza un efecto de la mecánica cuántica, la emisión estimulada, para generar un haz de luz coherente tanto espacial como temporalmente. La coherencia espacial se corresponde con la capacidad de un haz para permanecer con un pequeño tamaño al transmitirse por el vacío en largas distancias y la coherencia temporal se relaciona con la capacidad para concentrar la emisión en un rango espectral muy estrecho.



Nanotecnología es la manipulación de la materia a escala nanométrica. La nanotecnología se define como la manipulación de la materia con al menos una dimensión del tamaño de entre 1 a 100 nanómetros. A estos tamaños los efectos de la mecánica cuántica son importantes. Por lo tanto, nanotecnología es una categoría de investigación incluyendo todos los tipos de investigación y tecnologías que tienen que ver con las propiedades especiales de la materia que ocurren bajo cierto umbral de tamaño.

Métodos

El método empleado para obtención de los resultados esperados como es de esperar es el método científico⁶. La metodología podría separarse en tres partes atendiendo a su disciplina:

1. Desarrollo de un **protocolo de captación de glucosa en fluido biológico**. Mediante la investigación bioquímica se creará un proceso mediante el cual se captará selectivamente la glucosa de entre todas las moléculas presentes en el fluido analizado. En este punto las disciplinas más importantes son la biología/química.
2. **Diseño, fabricación y caracterización de un micro-nano sensor**, que sea capaz de cuantificar la cantidad de glucosa presente en el fluido. En esta parte, la importancia de la nanotecnología está presente. Los procesos de fabricación incluyen, nano-micro litografía⁷. Es un proceso mediante el cual transfieres patrones de tamaño nanométrico

⁶ https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_cient%C3%ADfico

⁷ <https://en.wikipedia.org/wiki/Photolithography>

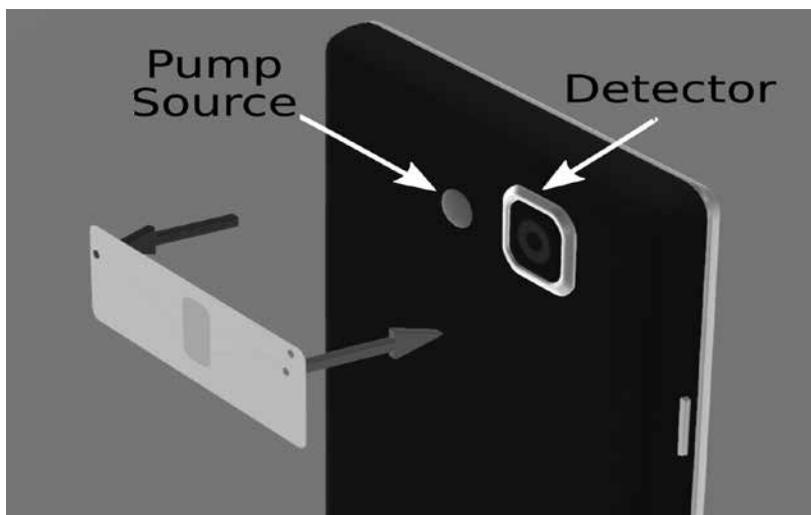
al material deseado (en nuestro caso el sensor). Nanofotónica para la generación de luz láser. Normalmente, estos métodos requieren maquinaria extremadamente cara y su capacidad de producción suele ser reducida tanto en velocidad como en cantidad (técnicas como el E-beam con resoluciones de pocos nanómetros son empleadas). Las disciplinas más importantes aquí son física/matemáticas/informática.

3. **Integración** de ambos desarrollos **en el sensor**. El último punto es el más importante y que usualmente se suele dejar de lado en la investigación. Es la integración de la investigación en un producto final para el usuario. Consiste en una reducción de costes e integración de la nanofabricación para la producción industrial. La viabilidad del uso de métodos industriales de nanofabricación como la nanoimpresión serán probados para la posibilidad de introducción del producto en la industria. Las disciplinas importantes en este punto empiezan con ingenieros, y acaban con personal de marketing.

Resultados esperados

El objetivo final del proyecto es la creación de dos sensores de glucosa no invasiva basados en tecnologías puramente fónicas (sólo se empleará luz y sus propiedades para el sensado). Esto da ciertas ventajas a los dispositivos electrónicos que hoy en día se comercializan. El primero de ellos es que el resultado es “real time” o en tiempo real, se produce a la velocidad de la luz. El segundo de ellos es que al ser un dispositivo que se basa en propiedades de la luz, no va a necesitar de alimentación electrónica, no necesitará baterías.

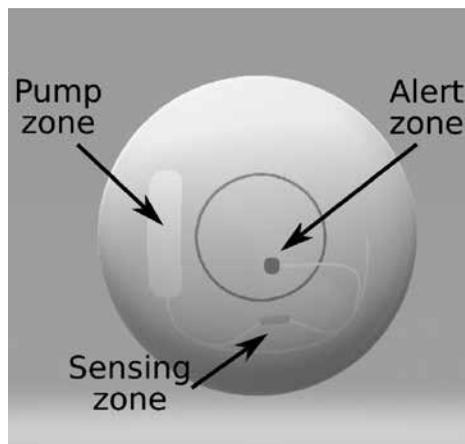
El primer sensor será un sensor de glucosa en saliva. Este consistirá en un trozo de plástico transparente donde se pondrá la muestra de saliva. Con el hecho de tirar una foto con el teléfono, tendríamos el resultado de nuestro análisis.



Como fuente de energía, este sensor usaría el flash del móvil, como detector sería la propia cámara.

El segundo sensor sería una lentilla que usaría el sol como fuente de energía y el ojo como sensor. En caso de no tener un nivel correcto de glucosa, en el campo de visión tendríamos un punto de color alertándonos de que el nivel no es correcto y debemos añadir insulina.

El método de funcionamiento en ambos es el mismo. El láser se produce mediante bombeo de luz (en el primer caso el flash, en el segundo caso el sol). Para disponer del láser por medio de nanotecnología se habrá creado una cavidad donde un medio con ganancia es capaz de generar el láser. Posteriormente, la luz es dividida en dos caminos exactamente iguales (en tamaño y materiales), que posteriormente se harán interferir. La diferencia entre los caminos es que uno estará tratado con el protocolo de captación de glucosa. Esto producirá que haya un desfase entre ambos caminos (al inicio estaban en fase pues son del mismo láser). El sensor estará diseñado para que cuando el nivel de glucosa supere el límite la interferencia sea constructiva y la potencia de luz esté en el camino que llega al campo de visión del ojo (para el segundo sensor). En el primer sensor seremos capaces de medir la diferencia entre ambos caminos siendo este mucho más preciso.



Independientemente de que se llegue a la consecución total de los objetivos finales (los sensores), por medio, hay hitos científicos relevantes, que contribuyen a la ciencia como son el desarrollo de una plataforma de fotónica integrada en polímero biocompatible, generación de luz laser en polímero y protocolo de captación de glucosa en polímero, entre otras.

Conclusiones

La repercusión que tiene la ciencia en nuestras vidas, aunque no nos damos cuenta, es cada vez más importante. La nanotecnología está presente en casi todos los productos que usamos en nuestro día a día. Va desde los alimentos que nos comemos (modificación genética), los cosméticos (filtros UV) que usamos, los teléfonos y los ordenadores (transistores de nm), la ropa que llevamos (tratamientos hidrófugos) y la generación de energía (placas solares).

Lamentablemente parece que la inversión para ello en España no está en la lista de prioridades, somos el único país que ha disminuido su inversión desde la crisis en la Unión Europea. A finales de 2018 la inversión en ciencia era de 1.2% del PIB mientras que la media europea era 2.07%⁸. Países como China han duplicado la inversión en el último año. En 2012, España era referente mundial en energías renovables. Hoy en día, hemos perdido la oportunidad en ser referentes mundiales en renovables para quedar como referentes sólo en eólicas⁹. Pese a la poca inversión que hay en ciencia en España, soy de los afortunados de haber podido empezar mi carrera científica en esa época de decrecimiento en inversión científica, para posteriormente conseguir fondos públicos europeos para el desarrollo de mi proyecto PICASSO. Es por ello que deseo concluir este tocho con una frase. “De nuestro impuesto a mi financiación, de la nanotecnología a nuestras casas”. Gracias por pagar impuestos, yo también lo hago.

⁸ https://elpais.com/economia/2018/11/28/actualidad/1543424647_353050.html

⁹ <https://www.youtube.com/watch?v=SGQjv2KBOlg>

La epidemia de gripe de 1918 en Alcalá la Real

Antonio Heredia Rufián

Profesor de Geografía e Historia (jubilado). IES Antonio de Mendoza

Antonio Quesada Ramos

Profesor de Biología. IES Zaidín Vergeles. Granada

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años hemos escrito varios artículos sobre la mortalidad en Alcalá la Real, ya sea de forma más general o referida a las distintas epidemias que la han asolado, como las de cólera o viruela¹. En esta ocasión y con motivo de cumplirse cien años del fin de la pandemia de gripe en nuestro municipio (19 de marzo de 1919), nuestro trabajo se centra en el estudio de esta, especialmente intensa en octubre y noviembre de 1918: número de casos registrados, temporalización, localización geográfica, distribución por sexo y edad; así como las actuaciones llevadas a cabo por la Junta Municipal de Sanidad o el Ayuntamiento.

La mayoría de los investigadores coinciden en localizar el origen de esta epidemia en un campamento militar de Kansas (Estados Unidos). De allí, debido a los movimientos de tropas, pasó a Europa; llegando a España desde Francia a través de obreros españoles y portugueses que trabajaban en el país vecino. Otros investigadores centran el origen en China. Se la designó como la gripe española dado que fue en nuestro país, al no estar inmerso en la Primera Guerra Mundial y por tanto no haber censura en la prensa sobre estos temas, donde los periódicos dieron cuenta del desarrollo de la enfermedad en sus primeras manifestaciones en Madrid. En cualquier caso, las consecuencias fueron desastrosas, aunque es difícil cuantificar el número de fallecimientos, entre otras razones por ser muy variada la nomenclatura de las causas de muerte, ya que a la gripe propiamente dicha iban unidas otras enfermedades: pulmonía gripal, bronconeumonía gripal, meningitis gripal...².

En estos años finales de la segunda década del siglo XX, que coinciden con el final de la Gran Guerra, reinaba en España Alfonso XIII. El Gobierno de concentración nacional, presidido por Antonio Maura, estaba formado por conservadores, liberales y regionalistas. Eran años difíciles que seguían a la crisis de 1917, en los que había problemas im-

¹ Sólo citamos algunos de ellos: HEREDIA RUFÍAN, Antonio y QUESADA RAMOS, Antonio. "La Junta Municipal de Sanidad y el cólera de 1855 en Alcalá la Real". *Anuario de Investigaciones de los miembros de la Asociación de Profesores de Geografía e Historia de Bachillerato de Andalucía "Hespérides"*. Volumen VIII. Alcalá la Real, 2001. pp. 463-477; "El cólera de 1885 y Alcalá la Real". *Programa de la Virgen*, 2004. pp. 156-165; "Epidemia de viruela en Alcalá la Real (1873-1877)" *Pasaje a la Ciencia*, nº 20. Alcalá la Real. Ayuntamiento e IES Antonio de Mendoza, 2018, pp. 51-56.

² Son muchos los trabajos sobre la gripe de 1918 en diferentes lugares de España. En esta ocasión hemos consultado: BARREDA MARCOS, P.M.: Palencia cuando la gripe de 1918. *PITTM*, 80. Palencia, 2009. pp. 309-339; HERRERA RODRÍGUEZ, F.: "La epidemia de gripe de 1918 en el Puerto de Santa María". *Revista de Historia de El Puerto*, nº 17 (1996), pp. 31-63 y JIMÉNEZ SALAS, J.: *La gripe de 1918 en la provincia de Almería*. Roquetas de Mar (Almería). Grupo Editorial Circulo Rojo, 2018.

portantes por resolver. Destacaban la subida del precio de los productos más básicos y el regionalismo.

La población de nuestro municipio en 1918 estaba en torno a los 17.222 habitantes, cifra que hemos calculado mediante interpolación conociendo la población de 1910 (17.046) y 1920 (17.267), años en los que existe censo de población³. Un poco más del 60% vivía en las aldeas. Cuatro de ellas sobrepasaban los mil habitantes: Charilla (1.742), Cantera Blanca (1.231), Santa Ana (1.227) y Hortichuela (1.047). El Ayuntamiento, desde 1917, estaba presidido por Manuel Durán Serrano. En Alcalá la Real, como en toda España, había una crisis de subsistencia. Una muestra la encontramos en el acta correspondiente a la sesión de cabildo, celebrada el 24 de abril de 1918, en la que el Pleno protestaba por el precio del trigo (40 pesetas los 100 Kilos) que había fijado la Junta Provincial de Subsistencia, pues creía que con este precio los labradores se arruinarían.

Entre las fuentes documentales consultadas destacan los libros de Defunciones del Registro Civil de Alcalá la Real⁴, las actas de la Junta Municipal de Sanidad que recogen la declaración y el final de la epidemia⁵ y las actas del Pleno Municipal⁶.

2. DESARROLLO

En Alcalá la Real, de los tres brotes epidémicos que señalan la mayoría de los investigadores para España, el primero (primavera de 1918) y el último (inicios de 1919) apenas tuvieron incidencia. Fue el segundo (otoño de 1918) el más virulento, con 267 defunciones registradas. La primera, el 5 de octubre, correspondía a una mujer, Juana, de 38 años, con domicilio en la calle Real. La última, el 19 de diciembre, era la de Antonio, de 11 años, vecino de Ermita Nueva. El máximo de fallecimientos se dio en el mes de octubre (188). Es en la segunda quincena cuando se registraron más muertes: día 26 (16), días 18, 21 y 25 (11) y días 19 y 31 (9). El número de fallecidos bajó sensiblemente en noviembre (66) y lo hizo aún más en diciembre (13). En 1919 sólo hubo cuatro defunciones por gripe: dos en marzo y dos en abril.

Conocidos los datos sobre el desarrollo de esta epidemia, hemos buscado información sobre la reacción de las autoridades políticas y sanitarias a la misma. En el Libro de Actas de la Junta Municipal de Sanidad hay tres que hacen referencia a la misma, recogidas por ROMERO ARANDA⁷. A través de ellas conocemos su composición. Presidía el alcalde, Manuel Durán Serrano. Actuaba de secretario, Miguel Ruiz Matas. Otros miembros eran Moisés Rodríguez Martín (farmacéutico), Baldomero Sánchez Mudarra (veterinario), Fernando Ruiz de la Fuente, Pedro Camy Miqueu y Luis Retamero Tapia.

En la sesión correspondiente al 10 de octubre de 1918, el alcalde informó sobre la alarma que había en el vecindario (en los registros hemos comprobado que fueron seis los fallecimientos por gripe en los últimos cinco días). El inspector de Sanidad y secretario

³ Esta cifra sale de aplicar la fórmula Población de 1918 es igual a la de 1910 más diferencia entre la población de 1920 y 1910 multiplicado por 8 y dividido por 10, es decir $17046 + (221 \times 8 / 10) = 17.222$

⁴ Registro Civil de Alcalá la Real. *Libros de Defunciones* 109 (26 de agosto al 31 de octubre de 1918) y 110 (31 de octubre de 1918 al 23 de abril de 1919).

⁵ Archivo Municipal de Alcalá la Real (AMAR). *Libro de actas de la Junta Municipal de Sanidad*, 1901-1940. Legajo 517.

⁶ AMAR. *Libro de actas del Pleno Municipal*, 1918 y 1919. Legajo A/110.

⁷ ROMERO ARANDA, A. M.: <https://alandar.es/?s=gripe>

de la Junta manifestó que había casos de gripe, pero no eran tan numerosos ni tan intensos como los de la primavera pasada y en general eran de carácter leve, estando asociados a estados catarrales y otras enfermedades graves. A pesar de ello, enumeró algunas medidas preventivas como evitar la acumulación de personas en lugares cerrados, evitar el contacto con los enfermos y convalecientes, ventilar bien las casas, realizar fumigaciones y desinfecciones... Con estas actuaciones se pretendía no sólo detener la epidemia, sino también trasladar tranquilidad a los vecinos.

Pero las defunciones por gripe fueron en aumento y la Junta Municipal de Sanidad se volvió a reunir el 16 de octubre de 1918, seis días después de la reunión anterior. El alcalde propuso la declaración de la epidemia en el municipio, tras informar sobre los casos registrados que venían a confirmar la propagación de la enfermedad. La Junta acordó declarar por unanimidad la existencia de la epidemia, según el art. 153 de la Instrucción General de Sanidad, e informar de dicho acuerdo al Inspector Provincial de Sanidad. Ese mismo día también se reunió el Pleno del Ayuntamiento. En esta sesión se informó sobre la declaración de la epidemia gripal en España por el Gobierno de S.M. y se recogió el acuerdo de desinfectar las casas de los enfermos, cargando los gastos al capítulo de epidemias ya que estaba declarada esta por el Gobierno de España y por el gobernador de la provincia. Se tomaron otros acuerdos relacionados con el riego de calles y desinfección de las Casas Consistoriales y retretes con el fin de evitar la propagación de gérmenes infecciosos.

Cinco días después (21 de octubre), en vista de los caracteres verdaderamente alarmantes que adquiriría la epidemia gripal, principalmente en las aldeas de la Hortichuela, Riberas y Mures, se volvió a tratar el tema en sesión municipal⁸. Esa situación se veía agravada por la falta de recursos de gran cantidad de familias. Para atender ambos problemas que afectaban de forma individual a numerosos alcaláinos y de forma colectiva a la salud pública, el Pleno acordó abrir suscripción pública para recaudar fondos con los que atender las necesidades de la población, aportando la cantidad de 500 pesetas, así como constituir una Junta, compuesta por un teniente de alcalde, un concejal elegido a la suerte, los párrocos y el médico del Distrito, auxiliados por el personal de la Cruz Roja, que debía encargarse de la inspección higiénica, ordenando las desinfecciones que fueran precisas, velando así por los intereses de la salud pública. Realizado el sorteo de los concejales, las comisiones quedaron formadas así: por la parroquia de Santa María el primer teniente de alcalde, el concejal Alejandro Serrano, el párroco, Miguel Alba como profesor de instrucción pública, y el secretario del Ayuntamiento; por la parroquia de Santo Domingo de Silos, el segundo teniente de alcalde, el concejal Jiménez Sánchez, el párroco, Enrique González y Luis Retamero.

Como ya hemos indicado, las defunciones por gripe empezaron a descender en los meses de noviembre y diciembre. Esta circunstancia trajo consigo la convocatoria de una nueva Junta Municipal de Sanidad el día 2 de enero de 1919. En ella, el secretario informó que no se había producido ninguna defunción desde el 19 de diciembre. Esto motivó que la Junta declarara terminada la epidemia de gripe que había afectado a los alcaláinos durante tres meses.

Este acuerdo hizo que el Ayuntamiento en Pleno decidiera celebrar función de iglesia, Salve solemne y procesión en acción de gracias por el término de la epidemia. Sabemos de ello

⁸ TORO CEBALLOS, F.: "1918. Alcalá la Real hace cien años" *Programa de la Virgen*, 1918. pp. 86-89.

porque en sesión celebrada el 19 de marzo de 1919 se acordó abonar con cargo al capítulo de imprevistos la cantidad de 636,40 pesetas que había correspondido al Ayuntamiento⁹.

3. ASPECTOS BIODEMOGRÁFICOS

La pandemia de gripe de 1918-1919 fue una de las más mortíferas que haya sufrido la humanidad. Se ha estimado que en ese periodo pudieron morir a causa de la enfermedad más de 50 millones de personas en todo el mundo. Se trató de una enfermedad de evolución rápida que llevaba a un fallo multiorgánico fatal que conducía a la muerte.

A nivel del territorio español, la pandemia tuvo tres brotes principales. El primero se describió por primera vez en Madrid, donde en mayo de 1918 la prensa recogió una enfermedad con síntomas similares a la gripe aunque de efectos no muy graves y baja mortalidad que remitió en el verano. El brote más importante surgió simultáneamente en diversos puntos del país en septiembre de este mismo año, alcanzó su máximo en octubre para comenzar a remitir a partir de noviembre. Una tercera manifestación tuvo lugar entre enero y junio de 1919; fue de menor importancia y afectó principalmente a aquellas poblaciones en las que no se había mostrado el brote anterior en toda su dureza¹⁰.

El número total de fallecidos oficialmente por gripe en España en los distintos picos de esta epidemia fue de 147.114 en octubre de 1918, 21.325 en 1919 y 17.825 en 1920. Un 45% de las muertes tuvo lugar en octubre de 1918. En la actualidad hay estudios que elevan esta cifra por encima de 260.000 personas (en torno al 1% de la población española de entonces), en lo que se ha considerado la peor epidemia que ha ocurrido en España. Las estimas más severas hablan de unos 8 millones de personas afectadas. Las tasas más altas se observaron en los grupos de edad de niños menores de un año y en el tramo comprendido entre los 25 y los 29 años.

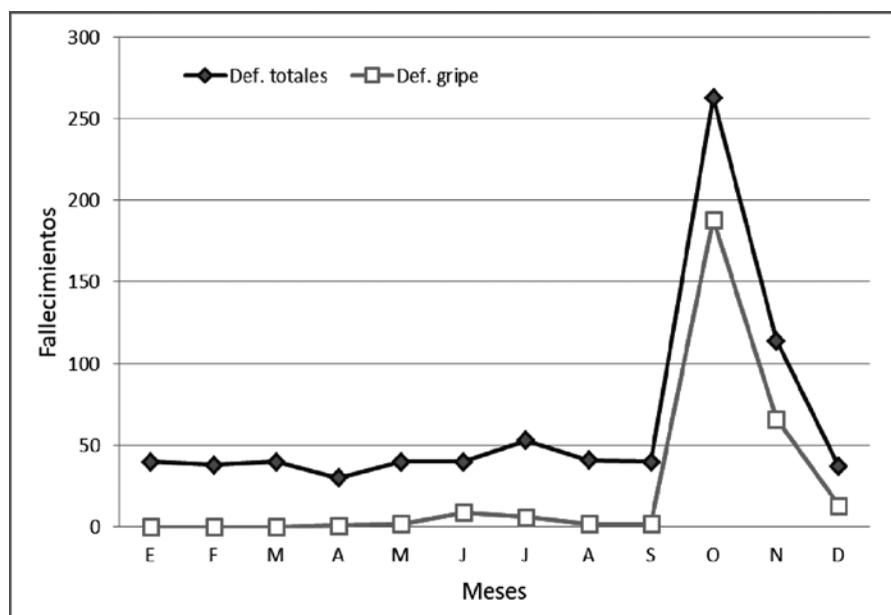


Figura 1. Distribución mensual de defunciones a lo largo de 1918 totales (línea oscura) y debidas a gripe (línea clara).

⁹ AMAR. *Libro de actas de Cabildo*, 1919. Acta de 19 de marzo de 1919. Legajo A-110.

¹⁰ Trilla A, Trilla G y Daer, C. 2008. The 1918 Spanish flu in Spain. *Clinical Infectious Diseases*, 47:668-73.

La figura 1 muestra la distribución mensual de fallecimientos en Alcalá la Real durante 1918 para todas las causas (línea superior) y las debidas a la gripe (línea inferior). Del mismo modo que se ha descrito para el territorio español, las primeras muertes por gripe se registraron a partir de abril, con un máximo de nueve fallecimientos en junio; la máxima virulencia se dio en octubre, con 188 defunciones por gripe (un 65% del total de fallecidos por esta causa), para después disminuir su intensidad en noviembre y diciembre. En los primeros meses de 1919 únicamente se registraron cuatro muertes en el municipio, dos en marzo y dos en abril. Como se puede apreciar, el patrón seguido en Alcalá se ajusta a lo descrito para el conjunto de la población española para la pandemia de gripe en sus distintos brotes.

La figura 2 muestra la frecuencia diaria de fallecimientos durante el periodo álgido de la epidemia, los meses de octubre a noviembre de 1918. Se aprecia un ascenso en la frecuencia de fallecimientos para alcanzar el máximo en torno al 25 de octubre, con 16 defunciones para luego iniciar un descenso progresivo.

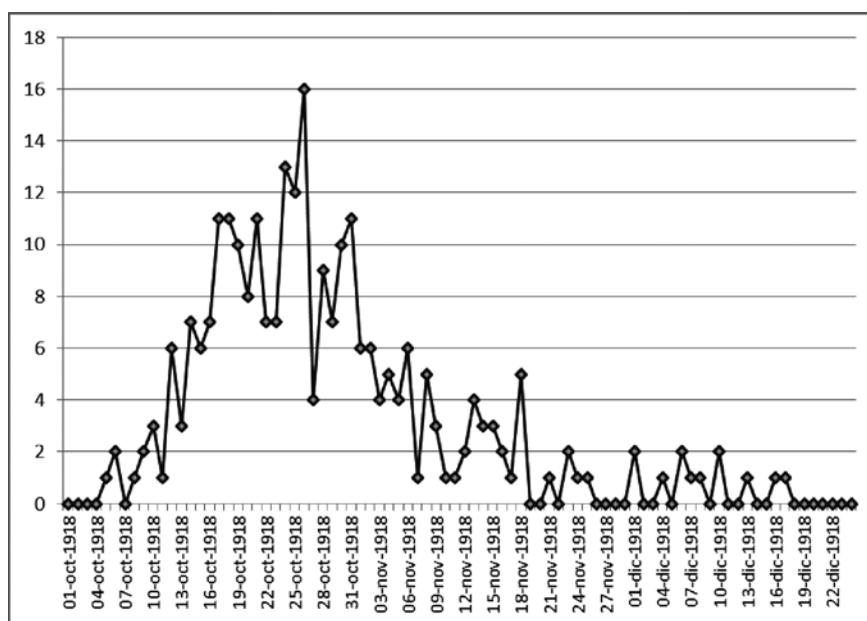


Figura 2. Distribución diaria de defunciones por gripe entre los meses de octubre y diciembre de 1918.

Se ha estudiado la mortalidad en los distintos núcleos de población de Alcalá la Real. Los resultados se han estandarizado para el número de habitantes que se describe en el censo de 1911¹¹. Los resultados se expresan en porcentajes de defunciones respecto al total de individuos. En su conjunto destaca la gran diferencia entre la mortalidad en el casco urbano (0,70%) frente al conjunto de las aldeas (2,17%), con valores tres veces superiores. Igualmente destacan las diferencias observadas en el conjunto de las aldeas entre sí. Los valores más bajos se han registrado en Charilla, siendo inferiores incluso que los observados en el conjunto del casco urbano; los índices más altos se observan en los núcleos de Las Riberas (se han valorado conjuntamente los resultados para las dos aldeas

¹¹ SERRANO PÉREZ, F y ÁLVAREZ GARCÍA, F. J. *Evolución de los movimientos naturales de población en Alcalá la Real*. Jaén. Cámara de Comercio, 1985.

dado que el censo recoge la población conjunta de ambas), seguido de La Hortichuela y en tercer lugar de Mures. Los datos por sí mismos no nos proporcionan explicación a las diferencias observadas; será este un elemento en el que habrá que profundizar más adelante.

Población	Defunciones	Población	% defunciones.
Cantera Blanca y Pedriza	20	1.231	1,62
Caserías de San Isidro	16	571	2,80
Charilla	3	1.742	0,17
Ermita Nueva	9	744	1,21
Fuente Álamo	7	298	2,35
Grajas	1	400	0,25
Hortichuela	40	1.047	3,82
Mures	31	854	3,63
La Rábida	10	599	1,67
Riberas	54	963	5.61
Santa Ana	21	1.227	1,71
Valdegranada	12	657	1,83
TOTAL ALDEAS	224	10.333	2,17
CASCO URBANO	47	6.676	0,70

Tabla 1. Distribución de fallecimientos por gripe en los distintos núcleos de población de Alcalá la Real.

Se ha analizado la distribución de las edades de defunción para los fallecidos por gripe. La figura 3 muestra la distribución conjunta para ambos sexos. La pandemia de gripe de 1918 se caracterizó por afectar principalmente a personas jóvenes y saludables seguido de los grupos de menor edad. Nuestros resultados confirman este patrón para Alcalá la Real. Un 40% de los fallecidos tenía una edad comprendida entre 16 y 35 años; un 24% tenían una edad igual o menor a cinco años. Destaca que el sector de mayor edad de la población, aquellos con más de 65 años, únicamente recoja un 3% de los fallecimientos cuando suele ser el más afectado en los casos de gripe.

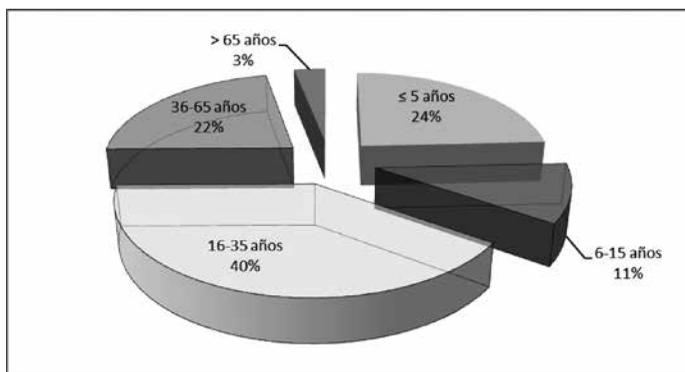


Figura 3. Distribución por edades de los fallecimientos debidos a gripe en la pandemia de 1918 en Alcalá la Real.

En relación al sexo de los fallecidos, un 43,7% han sido mujeres y el resto, 56,3%, han sido hombres. El análisis estadístico de las frecuencias de defunciones en relación al sexo muestra que las diferencias con respecto a que las personas de ambos sexos hayan presentado en Alcalá la Real la misma probabilidad de fallecer por gripe presentan significación estadística. A diferencia con otras enfermedades -el cólera, por ejemplo, causó una mayor mortalidad femenina atribuida al cuidado de los enfermos y a la mayor exposición ante el contagio por parte de las mujeres- no se ha descrito que la gripe tenga una mayor incidencia sobre cualquiera de los sexos. La figura 4 compara la distribución por sexos de las defunciones debidas a la epidemia de gripe de 1918 en los distintos tramos de edad.

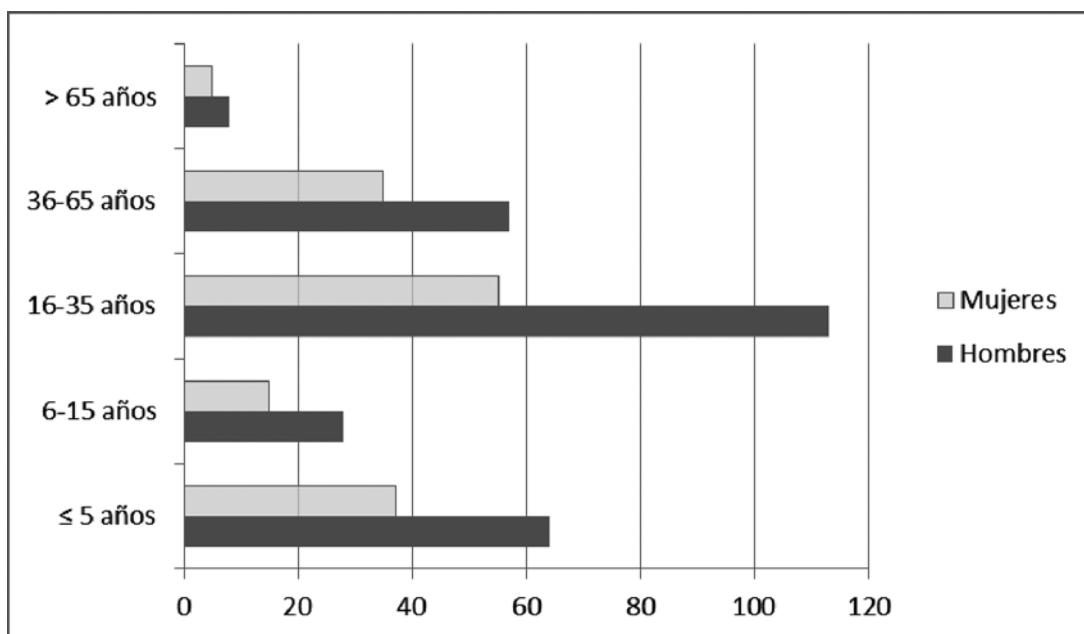


Figura 4. Distribución por sexos y edades de las defunciones por gripe en la pandemia de 1918 en Alcalá la Real.

4. CONCLUSIONES

La manifestación de la pandemia de gripe de 1918 en Alcalá la Real responde a lo descrito para el conjunto de la población española: tres brotes de desigual importancia de los que destaca el segundo de ellos, centrado en torno al mes de octubre. Desconocemos el número de afectados por la enfermedad, pero estimamos para el conjunto del municipio y para el conjunto del brote unas tasas de mortalidad en torno a 17 defunciones por cada mil habitantes, con grandes oscilaciones dentro de los distintos núcleos de la población alcalaína. Estos valores son superiores a los descritos para el conjunto de la población española que oscilan en torno a 0,5-14 muertes por cada mil habitantes para el brote principal (Trilla et al. 2008). De igual modo, los estratos de edad con mayor mortalidad fueron los de personas con edades comprendidas entre los 16 y los 35 años y aquellas con edades iguales o inferiores a cinco años.

A diferencia de lo descrito para el comportamiento general de la pandemia, nuestros datos apuntan a una mayor incidencia de la enfermedad en hombres que en mujeres en Alcalá la Real, al menos en lo que a mortalidad se refiere. Interpretar estos resultados así

como analizar las posibles causas que pudieran explicar las diferencias observadas en las tasas de mortalidad en las distintas aldeas son próximos objetivos a investigar para lograr una mejor comprensión de la gripe de 1918 en Alcalá la Real.

5. DOCUMENTALES Y BIBLIOGRÁFICAS

5.1. FUENTES DOCUMENTALES:

Archivo Municipal de Alcalá la Real (AMAR). *Libro de actas de la Junta Municipal de Sanidad*, 1901-1940. Legajo 517.

AMAR. *Libro de actas del Pleno Municipal*, 1918 y 1919. Legajo A-110.

Registro Civil de Alcalá la Real. *Libros de Defunciones* 109 y 110.

5.2. FUENTES BIBLIOGRÁFICAS:

BARREDA MARCOS, P.M.: “Palencia cuando la gripe de 1918”. *PITTM*, 80. Palencia, 2009. pp. 309-339.

HEREDIA RUFÍAN, A. y QUESADA RAMOS, A.: “La Junta Municipal de Sanidad y el cólera de 1855 en Alcalá la Real”. *Anuario de Investigaciones de los miembros de la Asociación de Profesores de Geografía e Historia de Bachillerato de Andalucía “Hespérides”*. Volumen VIII. Alcalá la Real, 2001. pp. 463-477; “El cólera de 1885 y Alcalá la Real”. *Programa de la Virgen*, 2004. pp. 156-165 y “Epidemia de viruela en Alcalá la Real (1873-1877) “. *Pasaje a la Ciencia*, nº 20. Alcalá la Real. Ayuntamiento e IES Antonio de Mendoza, 2018, pp. 51-56.

HERRERA RODRÍGUEZ, F.: “La epidemia de gripe de 1918 en el Puerto de Santa María”. *Revista de Historia de El Puerto*, nº 17. 1996, pp. 31-63.

JIMÉNEZ SALAS, J.: *La gripe de 1918 en la provincia de Almería*. Roquetas de Mar (Almería). Grupo Editorial Círculo Rojo, 2018.

SERRANO PÉREZ, F y ÁLVAREZ GARCÍA, F. J.: *Evolución de los movimientos naturales de población en Alcalá la Real*. Jaén. Cámara de Comercio, 1985.

TORO CEBALLOS, F.: “1918. Alcalá la Real hace cien años”. *Programa de la Virgen*, 2018. pp. 86-89.

TRILLA, A, TRILLA G y DAER, C.: The 1918 Spanish flu in Spain. *Clinical Infectious Diseases*, 47:668-73. 2008.

5.3. WEBGRAFÍA:

ROMERO ARANDA, A.M.: <https://alandar.es/?s=gripe>

Censos de población 1010 y 1920 en: https://www.google.com/search?ei=-7vrXPDIKvXlgweEjrnQDA&q=censo+de+pblción+de+1910+de+alcala+la+real&oq=censo+de+pblción+de+1910+de+alcala+la+real&gs_l=psy-ab.3...13791.15357..18746...0.0..0.22

Mujeres a la luz. Antonia Gallego González

Área de Igualdad. Ayuntamiento de Alcalá la Real

Toñi, nació en Alcalá la Real el 13 de junio de 1977. Hija de Manuel y María Antonia, melliza de Belén y hermana menor de Rafa.

Estudió en el colegio Alonso de Alcalá y posteriormente en el Instituto de Bachillerato Alfonso XI de Alcalá la Real.

Cursó Grado Superior de Azafata de Congreso en el I.E.S. Virgen de las Nieves en Granada.

En 1999 ingresó en el Ministerio de Defensa-Ejército del Aire con la especialidad de NBQ (defensa bioquímica) y C.I (contra incendios) haciendo la instrucción en la Base de Zaragoza.

Ha sido la primera mujer bombera en la Base Aérea de Morón, desarrollando su profesión durante casi 20 años; ha participado en misiones nacionales en Galicia, quitando chapapote, y recientemente en la Base de Pollensa prestando su servicio como bombera en el avión apaga fuegos del Grupo 43 llamado Canadair.

A nivel internacional ha participado en Misión de Paz en Afganistán, una experiencia inolvidable de la que dice que le ha hecho valorar y crecer como persona.

Su afán de superación le ha llevado a estudiar Formación Profesional de Grado Superior de Aeromecánica, Mantenimiento Aeronáutico, durante los años 2013-2015, siendo la primera mujer mecánica civil en la Maestría Aérea de Sevilla.

Madre de Adrián y Erik es una apasionada de la familia que forma junto a Carlos.

Mujer referente por su calidad humana y por su lucha constante para y por la igualdad en un sector tan masculinizado.



El radio de la Tierra a medida

Álvaro Galán. Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos.

Universidad de Castilla-La Mancha

Elena Galate. Profesor Departamento de Matemáticas.

I.E.S. Maestro Juan de Ávila

José Hidalgo. Profesor Departamento de Matemáticas.

I.E.S. Antonio de Mendoza

Introducción

En los años en los que Leonardo da Vinci (1452-1519) desarrolló la mayor parte de su trabajo era habitual que La Tierra se considerara plana, siendo únicamente unos pocos pensadores, entre los que se encontraba el propio da Vinci, los que se atrevían a sostener lo contrario. De hecho, Zárraga (2012) en el artículo “*¿Fue Leonardo da Vinci un extraterrestre?*”, afirma que da Vinci se adelantó a la teoría de Copérnico 3 décadas. No obstante, si da Vinci podía ser considerado como un extraterrestre por poseer esos conocimientos, ¿cómo deberíamos considerar a Eratóstenes? Eratóstenes de Cirene fue un astrónomo y matemático griego conocido por medir (de forma indirecta) del radio de la circunferencia terrestre ¡en el Siglo III a.C! Además, a él le debemos, entre otros, los años bisiestos o los meridianos y paralelos en los mapas del Mundo.

Pero ¿cómo midió el Radio de la Tierra? Todo comenzó cuando Eratóstenes, director de la biblioteca de Alejandría, leyó en un papiro que cierto día del año al mediodía (21 de Junio, solsticio de verano), un objeto vertical colocado en la ciudad de Siena (conocida hoy como Asuán, Egipto) no proyectaba sombra alguna, es decir, el Sol estaba colocado exactamente sobre el objeto. Sin embargo, cuando Eratóstenes realizó la misma observación en Alejandría, se percató de que, aun estando ambas ciudades aproximadamente a la misma longitud, allí sí que había una cierta proyección, de forma que los rayos del Sol formaban un ángulo de aproximadamente $1/50$ de circunferencia ($7^{\circ}12'$), o lo que es lo mismo, la superficie de la Tierra estaba curvada. Tras esto, estimó la distancia que separa ambas ciudades en 5000 estadios con ayuda de las caravanas de comerciantes que viajaban entre ellas. Con el uso de trigonometría básica obtuvo que la longitud de la circunferencia de La Tierra era de 250.000 estadios, o lo que es lo mismo, si se considera que un estadio son 184,8 metros (la medida del estadio varía con las épocas y zonas. El valor corresponde al estadio ático-italiano), una longitud de 46200km. Asumiendo una esfera perfecta lo anterior equivale a un Radio Terrestre de 6353km, que se aproxima muy bien a los datos reales (radio polar de 6357km; radio ecuatorial 6378km; radio medio 6371km) si tenemos en cuenta las aproximaciones que Eratóstenes tuvo que asumir para el cálculo.

El experimento

De cara a fomentar el interés por las herramientas matemáticas y la percepción de utilidad en la vida cotidiana de las mismas, se propuso realizar un experimento similar al de

Eratóstenes para obtener el radio de la Tierra. Es necesario contar con al menos dos medidas en puntos lo más alejados posible y situados en la misma longitud. En el experimento participaron tres Institutos de Educación Secundaria (de Norte a Sur):

- I.E.S. Santa Cruz, Socobio, Cantabria (longitud 3°57'9''W)
- I.E.S. Maestro Juan de Ávila, Ciudad Real, Castilla-La Mancha (longitud 3°55'14''W)
- I.E.S. Antonio de Mendoza, Alcalá la Real, Jaén (longitud 3°55'19''W)

Para realizar el experimento se colocaron objetos verticales en torno al mediodía solar, midiendo antes y después del mismo de forma que se pudiera hallar experimentalmente la hora exacta del mismo. Así, midiendo el tiempo relativo entre las medidas realizadas y el mediodía solar, eliminamos el error asociado a la pequeña diferencia de longitud entre Centros. Los cursos que llevaron a cabo la experiencia fueron 4º de E.S.O. (Jaén y Cantabria) y 1º de Bachillerato de Ciencias (Ciudad Real).

El tiempo solar es una medida del tiempo fundamentada en el movimiento aparente del Sol sobre el horizonte. El Sol no tiene un movimiento regular a lo largo del año, y por esta razón el tiempo solar se divide en dos categorías:

- El tiempo solar aparente, basado en el día solar aparente, el cual es el intervalo entre dos regresos sucesivos del Sol al meridiano, medido con un reloj de sol.
- El tiempo solar medio: está basado en un sol ficticio que viaja a una velocidad constante a lo largo del año, y es la base para definir el día solar medio (24 horas u 86.400 segundos). Se corresponde con el tiempo civil y se coordina mediante el Tiempo Universal Coordinado. La diferencia entre el tiempo solar aparente y el tiempo solar medio, que en ocasiones llega a ser de 15 minutos, es llamada Ecuación de tiempo y puede aproximarse por:

$$E = 595 \sin(198^\circ + 1.9713^\circ \cdot d) + 442 \sin(175^\circ + 0.9856^\circ \cdot d)$$

siendo E la ecuación del tiempo en segundos y d el día del año. Se considera como origen el instante en el cual el Sol pasa por el Meridiano, que es su punto más alto en el cielo, denominado mediodía, al cual se le asigna el valor de 12. Por tanto, la hora solar de mediodía variará según la época del año y también según la localización del Instituto.

En España estamos 1 hora adelantados respecto a la zona europea, por lo que nuestro mediodía solar se dará 1 hora de reloj más tarde. Adicionalmente, si nos encontramos en horario de verano (como fue el caso de las medidas hechas en Ciudad Real por razones climáticas), debemos sumar una hora extra. Con lo anterior, sumando el tiempo que tarda el Sol en alcanzar la longitud del punto de medida desde el meridiano de origen (Greenwich) y teniendo en cuenta los días de toma de medidas, obtenemos la Tabla 1.

Ciudad	Día de medida	Hora inicio	Hora final	Mediodía teórico
Socobio	29/03/2019	13:00	13:30	13:10
Ciudad Real	03/04/2019	13:38	14:49	14:11
Alcalá la Real	27/03/2019	13:20	13:20	13:09

Tabla 1.-Fecha y hora de toma de medidas

La toma de medidas no se realizó de forma simultánea el mismo día por incompatibilidad de horarios en algunos casos y por falta de sol en otros. No obstante, la variación de la posición del Sol en días próximos puede despreciarse frente a otras fuentes de error como pueden ser la falta de verticalidad de los objetos o la medida inexacta de la longitud de la sombra proyectada.

Material y métodos

Para la toma de medidas es importante asegurar la verticalidad del objeto cuya sombra proyectada se medirá. Para ello se han empleado 2 configuraciones distintas: i) un cogedor de basura, ii) Una plomada colgada. En ambos casos se mide la altura sobre el suelo (que debe ser horizontal) de la punta del objeto. Después se irá señalando en el papel (ver Figura 1) la posición de la punta de la sombra en diferentes tiempos, antes y después del mediodía solar. De esa forma se observará cómo la sombra se va haciendo más corta a medida que nos acercamos a ese instante y comenzará a alargarse de nuevo a partir de él, permitiéndonos hallar de forma experimental la hora exacta del mediodía solar y, por tanto, fijar el instante de referencia para poder comparar entre distintas medidas.



Figura 1.- Imágenes de la toma de medidas de Ciudad Real (izquierda) usando una plomada y Socobio (derecha) empleando un cogedor.

La Figura 2 muestra los datos tomados en Ciudad Real a diferentes horas. Puede apreciarse que el mediodía exacto se dio entre las 14:20 y 14:30 (hora donde el objeto proyecta la sombra más corta), mientras que el mediodía teórico era a las 14:11. En el caso del I.E.S. Antonio de Mendoza solo se cuenta con una medida válida, realizada a las 13:20, 11 minutos después del mediodía solar teórico para el día de medida.

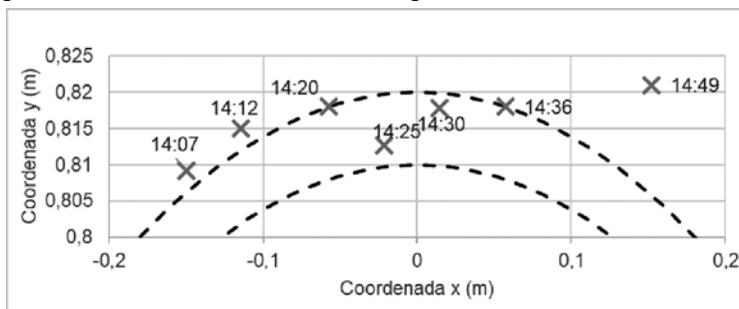


Figura 2.- Medidas tomadas en Ciudad Real. Las cruces indican el punto tomado. Las líneas negras son circunferencias concéntricas de radio 0.81m y 0.82m.

Como en el caso de Eratóstenes, necesitamos la medida del arco que une en línea recta las ciudades donde se han llevado a cabo las medidas, que aparecen recogidas en la Tabla 2. Conocidas esas distancias y la diferencia entre el ángulo de los rayos solares con el objeto vertical para 2 ciudades distintas podemos estimar el Ratio de la Tierra.

Origen	Final	Distancia (km)
Socobio	Ciudad Real	481,42
Ciudad Real	Alcalá la Real	170,63
Alcalá la Real	Alcalá la Real	651,03

Tabla 2.-Distancia entre ciudades

Resultados

La Tabla 3 muestra los resultados obtenidos tras hallar el ángulo de los rayos solares con el objeto vertical referidos a diferencia de ángulo entre 2 ciudades, $\Delta\theta$. Si L es la distancia que separa dichas ciudades, el Radio de La Tierra, R_T , viene dado por $R_T = \frac{L}{\Delta\theta}$

donde $\Delta\theta$ debe estar indicado en radianes.

Tiempo desde mediodía (min)	Diferencia de ángulo (grados)			Radio Tierra (km)		
	Ca - CR	Ca - Ja	CR - Ja	Ca - CR	Ca - Ja	CR - Ja
-10	4,33098	-	-	6368,85	-	-
-5	4,44179	-	-	6209,96	-	-
0	4,36288	-	-	6322,28	-	-
5	4,30507	-	-	6407,17	-	-
10	4,47399	5,91492	1,44093	6165,27	6306,30	6784,75

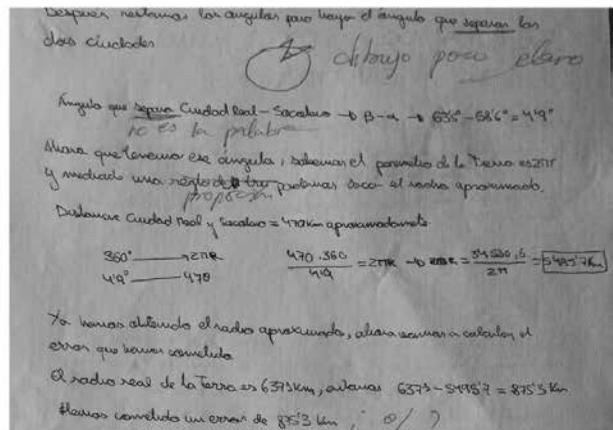
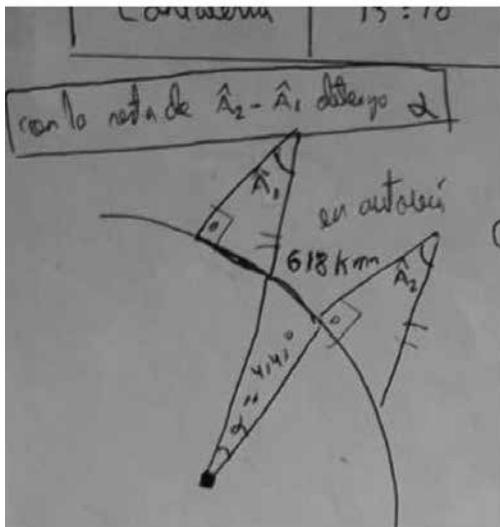
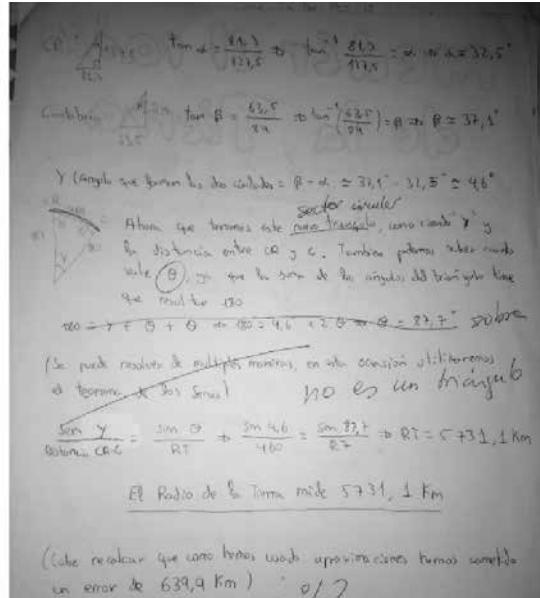
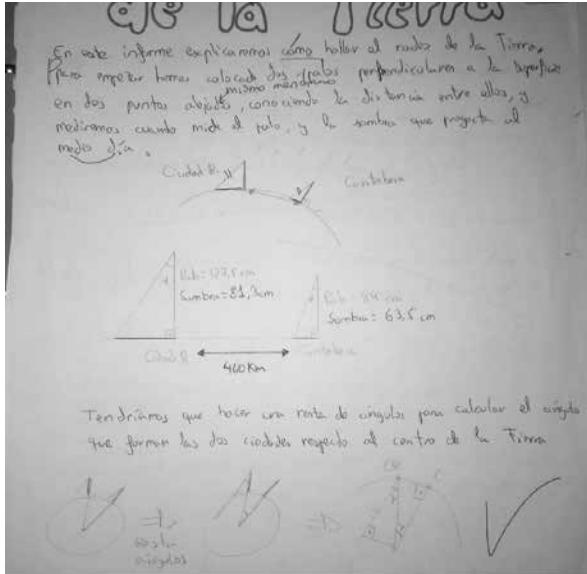
Tabla 3.- Resultados obtenidos. Ca → Cantabria, CR→ Ciudad Real, Ja → Jaén

Como puede apreciarse, los valores obtenidos están muy próximos, en todos los casos, a los valores reales introducidos anteriormente, con errores máximos respecto al radio medio (6.371 km) oscilando entre el -3,23% y el 6,50%. Estos errores, dada la gran cantidad de fuentes de error posibles, son más que aceptables.

Conclusiones

Después de realizar la práctica se pidió a los alumnos que realizasen un informe en el que explicasen lo que habían hecho y realizasen por sí mismos el cálculo del radio terrestre a partir de los datos obtenidos en su centro y en otro a su elección. Recordemos que en los criterios de evaluación de las asignaturas de Matemáticas aparecen, dentro del bloque I, “Elaborar un informe científico y comunicarlo”, así como “presentar trabajos y difundirlos” (Matemáticas I), “Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación” (4º de ESO). La mayoría de nuestros alumnos demostraron haber entendido las líneas generales del proyecto, aunque en muchos trabajos se aprecian deficiencias en la claridad y precisión expositiva, dado

que en general no están muy acostumbrados a redactar informes científicos. Mostramos las imágenes de algunos de estos trabajos a continuación:



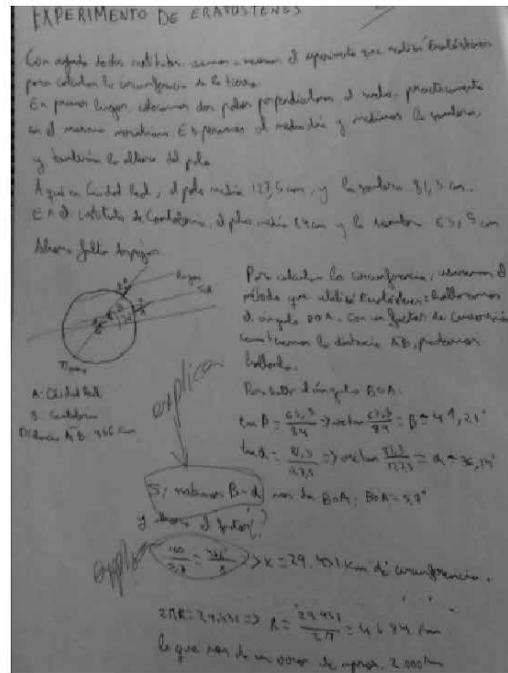
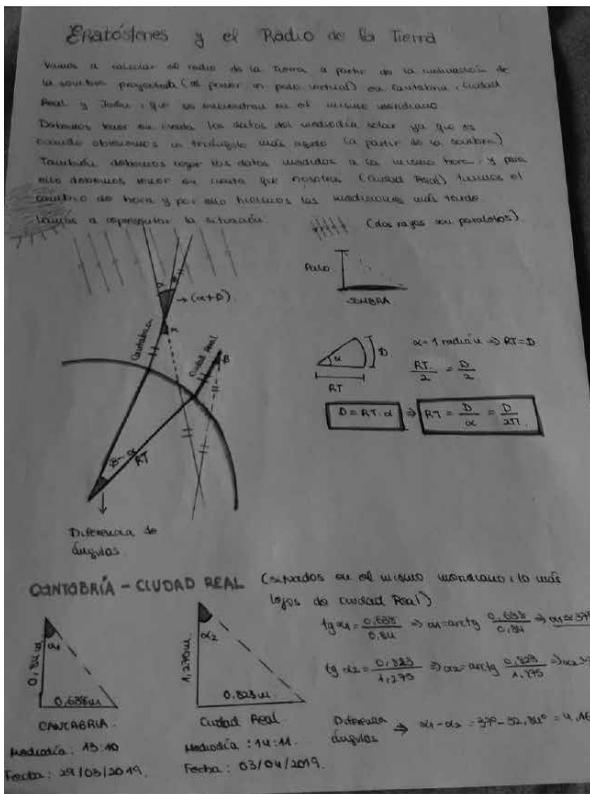


Figura 3.- Ejemplos de informe de prácticas presentado por los alumnos del I.E.S. Maestro Juan de Ávila.

Los profesores de matemáticas a menudo introducimos directamente conceptos abstractos olvidando que históricamente éstos sólo llegaron a decantarse después de mucha observación y manipulación. En el caso de la trigonometría es relativamente fácil reproducir ese trabajo sobre el terreno que permite luego entender mejor las generalizaciones que vienen después.

La práctica llevada a cabo por los tres centros de forma conjunta, además de fomentar el trabajo en grupo, la coordinación y el interés por la Historia de las Matemáticas, ayuda a comprender la utilidad práctica de los conceptos desarrollados en clase de Matemáticas más allá de pensar en ellos como una serie de procedimientos y fórmulas automáticos. De una manera sencilla se ha realizado la medida del Radio de la Tierra, algo atractivo para el alumnado y de la que, en la mayoría de los casos, presumen frente a familiares y amigos. Sentirse orgulloso de algo es el primer paso para interiorizarlo y querer profundizar más en ello.

Juegos de magia matemática

Fernando Blasco

Departamento de Matemática Aplicada. Universidad Politécnica de Madrid

Las matemáticas aparecen por todas partes y en los sitios más insospechados. Uno de los lugares más sorprendentes donde aparecen es en los juegos de magia. En efecto, siempre pensamos que las matemáticas son fundamentales en cosas “serias” de la vida cotidiana, y es así, pero también es bueno saber que aparecen en otros aspectos lúdicos y entretenidos de la vida.

La cuenta de Kruskal

Comencemos con un ejemplo sencillo: lo haremos con un fragmento del Capítulo LI de la Segunda parte del Ingenioso Caballero don Quijote de la Mancha. Como luego tendrá importancia, debajo de cada palabra se ha escrito el número de letras que tiene.

Lo que tienes que hacer es:

Si ₂ *alguno* ₆ *pasare* ₆ *por* ₃ *esta* ₄ *puente* ₆ *de* ₂ *una* ₃ *parte* ₅ *a* ₁ *otra,* ₄ *ha* ₂ *de* ₂ *jurar* ₅
primero ₇ *adónde* ₆ *y* ₁ *a* ₁ *qué* ₃ *va;* ₂ *y* ₁ *si* ₂ *jurare* ₆ *verdad,* ₆ *déjenle* ₇ *pasar,* ₅ *y* ₁ *si* ₂
dijere ₆ *mentira,* ₇ *muera* ₅ *por* ₃ *ello* ₄ *ahorcado* ₈ *en* ₂ *la* ₂ *horca* ₅ *que* ₃ *allí* ₄ *se* ₂
muestra, ₇ *sin* ₃ *remisión* ₈ *alguna.* ₆ *Sabida* ₆ *esta* ₄ *ley* ₃ *y* ₁ *la* ₂ *rigurosa* ₈ *condición* ₉
della, ₅ *pasaban* ₇ *muchos,* ₆ *y* ₁ *luego* ₅ *en* ₂ *lo* ₂ *que* ₃ *juraban* ₇ *se* ₂ *echaba* ₆ *de* ₂ *ver* ₃
que ₃ *decían* ₆ *verdad* ₆ *y* ₁ *los* ₃ *jueces* ₆ *los* ₃ *dejaban* ₇ *pasar* ₅ *libremente.* ₁₀

1.- Elige una palabra de la primera línea (por ejemplo “Si”).

2.- Avanza tantas palabras en el texto como el número de letras de la palabra elegida (si tomaste “Si” debes avanzar 2 y llegar a “pasare”, mientras que si, por ejemplo, elegiste “una” debes avanzar 3 palabras y llegar a “otra”).

3.- Continúa leyendo el texto y avanzando en función del número de letras de las palabras a las que llegues. Hasta que no puedas avanzar más.

4.-Recuerda que empezaste por la palabra que quisiste.

5.-Comprueba que has llegado a “pasar”.

Parece magia ¿sí?. En realidad son matemáticas. Lo que ocurre en realidad es esto:

Supongamos que la palabra elegida para comenzar es *Si*. Avanzando desde esta palabra tantas palabras como letras contiene (2) llegamos a *pasare*, que tiene 6 letras. Por tanto, avanzamos 6 palabras y llegamos a *parte*, que tiene cinco letras. Por tanto, ahora deberíamos avanzar 5 palabras para llegar a *jurar*. Y así sucesivamente. En ese caso, la ruta hasta el final sería:

Si - *pasare* - *parte* - *jurar* - *qué* - *y* - *si* - *verdad* - *mentira* - *horca* - *sin* - *sabida*
- *condición* - *juraban* - *verdad* - *pasar*

Si hubiésemos empezado por la palabra *alguno* la situación sería:

alguno - una - otra - primero - si - verdad - mentira - horca - sin - sabida - condición - juraban - verdad - pasar

La cadena se ha solapado con la anterior en “si”. A partir de ahí ambas necesariamente tienen que desarrollarse de la misma manera (como lo han hecho).

Para los demás casos siempre encontramos un solapamiento con la cadena inicial y, por lo tanto, siempre llegaremos a la misma palabra final, independientemente de por dónde empezemos a contar palabras.

El autor de este juego es Martin D. Kruskal, un físico miembro de una familia muy relacionada con la Estadística: su hermano Joseph Kruskal es el autor del algoritmo que lleva su nombre y se utiliza en Teoría de Grafos para encontrar un árbol recubridor mínimo. A su otro hermano, William, le corresponde la mitad de la autoría de la prueba de Kruskal-Wallis.

2.- Cartas mágicas

Girolamo Cardano desempeña un papel muy importante en la historia de las matemáticas. Era aficionado a las “artes oscuras”, y es sabido que fue excomulgado por elaborar la carta astral de Jesucristo. Nosotros no vamos a llegar hasta ese punto, pero va a tener que ver con el horóscopo. Necesitaremos 14 cartas: dos series completas de las cartas del 1 al 7 (de palos diferentes).

1. Ordena uno de los conjuntos de 7 cartas del As al 7 (identificaremos esos naipes con los días de la semana: lunes a domingo). Sitúa sobre la mesa esas cartas, ordenadas, de izquierda a derecha.

2. Ordena el otro conjunto de cartas también del As al 7, de modo que cuando la baraja está dorso arriba la primera de las cartas sea el As y la de abajo del montón el 7.

3. Ahora haremos operaciones para alterar el orden de las cartas. Comienza cortando en dos partes y completando el corte.

4. Reparte en dos montones, alternativamente a derecha e izquierda y dorso arriba, las siete cartas.

5. Coloca un montón sobre el otro, en el orden que quieras. Si quieres corta el mazo y completa el corte.

6. Para desordenar un poco más las cartas vuelve a repartirlas en dos montones a derecha e izquierda.

7. Pon uno de los montones sobre el otro. Corta y completa el corte, si quieres.

8. Vuelve a repartir una vez más en dos montones. Pon un montón sobre el otro.

9. Ya habremos desordenado bastante la baraja. Levanta la carta de arriba del mazo y mira cuál es su valor (si estás siguiendo estas instrucciones con otra persona verás que habéis llegado a valores distintos, la suerte es la que ha decidido qué carta se ha situado arriba).

10. Pasa, de una en una, tantas cartas de arriba a abajo como indica el valor del naipe que has visto, contándole (por ejemplo, si era un dos debes pasar, de una en una, las dos primeras cartas del mazo de arriba a abajo).

11. ¿Preparado para la suerte? Vas a situar las cartas en una fila paralela a las que ya tienes sobre la mesa. Para ello das la vuelta al mazo de forma que se vean las caras y la primera carta que salga la sitúas debajo del As (correspondiente al lunes), la segunda debajo del 2, ... y la última debajo del 7, correspondiente al domingo.

12. Lectura del horóscopo: si no coincide el valor de ninguna de las cartas de la segunda fila con la que se encuentra encima de ella vas a tener una semana horrible. Si coincide una carta la semana será un poco mejor. Si coinciden las siete será una semana fantástica.

¿Cómo te ha ido?

Este juego, aparte de las matemáticas que esconde (puedes animarte a ver qué es lo que pasa haciendo el juego con las cartas cara arriba, pero eso lo dejo a tu experimentación) nos proporciona otra enseñanza: no debemos fiarnos de los lectores de horóscopos (ni tampoco de los que leen los posos del té o las líneas de la mano). Todo eso son creencias y supersticiones que no acompañan a la ciencia. Nos manipulan, como también los magos manipulan a la gente. La diferencia radica en que los magos lo hacen artísticamente, como espectáculo, y otros usando ese tipo de técnicas manipulan con mala fe.

3.- Un clásico: las tarjetas de adivinación

Para este juego tendrás que pensar en un número del 1 al 60. También vamos a necesitar las tablas de la figura siguiente:

TARJETA 0	TARJETA 1
1 3 5 7 9 11	2 3 6 7 10 11
13 15 17 19 21 23	14 15 18 19 22 23
25 27 29 31 33 35	26 27 30 31 34 35
37 39 41 43 45 47	38 39 42 43 46 47
49 51 53 55 57 59	50 51 54 55 58 59
TARJETA 2	TARJETA 3
4 5 6 7 12 13	8 9 10 11 12 13
14 15 20 21 22 23	14 15 24 25 26 27
28 29 30 31 36 37	28 29 30 31 40 41
38 39 44 45 46 47	42 43 44 45 46 47
52 53 54 55 60	56 57 58 59 60
TARJETA 4	TARJETA 5
16 17 18 19 20 21	32 33 34 35 36 37
22 23 24 25 26 27	38 39 40 41 42 43
28 29 30 31 48 49	44 45 46 47 48 49
50 51 52 53 54 55	50 51 52 53 54 55
56 57 58 59 60	56 57 58 59 60

Volvamos a las instrucciones

1. Piensa un número del 1 al 60.
2. Fíjate en las tablas de la figura 12 y anota en cuáles de ellas está el número que has pensado. Es importante que lo hagas correctamente: necesitamos precisión matemática para realizar la adivinación.
3. Ahora tendremos en cuenta sólo las tablas en las que aparece el número pensado. Anota los números situados en el extremo superior izquierdo de cada una de esas tablas y súmalos.
4. ¿Coincide la suma con el número pensado?

Para poder realizar el juego hemos recurrido a las matemáticas del sistema binario de numeración. El sistema binario también es un sistema posicional y utiliza sólo dos dígitos: el cero y el uno. Se basa en la descomposición de un número como suma de potencias de 2; por ejemplo:

$$\begin{aligned}42 &= 32 + 8 + 2 \\ &= 2^5 + 2^3 + 2^1 \\ &= 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0\end{aligned}$$

De este modo, la representación en sistema binario del número 42 sería 101010.

Eso es lo que ocurre con cualquier número si está el número en la tarjeta correspondiente se tiene en cuenta (1) y si no está no se tiene en cuenta (0). Lo que hay que hacer para “adivinar” el número pensado es sumar el primer número de cada una de las tarjetas.

Los tres juegos que se han presentado aquí son una muestra de magia matemática. Es un campo muy amplio y merece la pena adentrarse un poco en él. Las matemáticas son fascinantes.

Unas referencias interesantes para los que quieran ampliar sobre este tema:

- Blasco, Fernando. *Matemagia. Los mejores trucos para entender los números*. Ariel. 2016.
Gardner, Martin. *Carnaval matemático*. Alianza Editorial, 1980
Muñoz Santonja, José. *Ernesto el aprendiz de matemago*. Nivola. 2003

Las paradojas del Infinito y la realidad de la Divinidad

Un divertimento que -paradójicamente- se torna serio...

J. Ramón Linares

Departamento de Matemáticas. IES Antonio de Mendoza

Prefacio

*“Antes de conocer el ser no es posible conocer el conocimiento,
pues éste implica ya una cierta idea de lo real”*

Ortega y Gasset

Pues sí. Parece que al espécimen humanoide, último subproducto de la ciega evolución, le agobia introducir en su bóveda craneana la noción de lo infinito. Normal. ¿Qué se puede esperar de algo que se ocupa destacadamente en la mentira, la guerra, la rastrera conflictividad política, la extorsión, la violencia física, psíquica y moral, etc etc...?. Cuesta hablar en serio de humanismo si lo que define a la humanidad es la zafiedad. Sin embargo, sobre tal fondo tenebroso brillan los secretamente íntegros de toda época y lugar, así como bastantes luminarias en la historia del pensar: figuras egregias como Aristóteles, Locke, Leibniz, Kant, Gauss, Einstein, Gödel, Noether...

Y a propósito, ¿por qué figuran en esta mínima lista ciertos filósofos junto a matemáticos puros y algún que otro físico despistado?. Resulta que en este curso 18-19 he cometido la osadía de impartir a un grupo de animadas jóvenes una optativa de Filosofía, donde se han de conjugar enfoques científicos y humanísticos, al modo “renacentista”. Ello ha supuesto desempolvar viejos libros (y recuerdos), además de mis viejas neuronas. Y justo entonces han madurado ideas que me rondaban hace años.

Según el canon científico heredado, toda ontología realista habría quedado descartada tras el giro “copernicano” (idealista) dado por Kant. Parece entonces bastante sorprendente la actual ligereza al especular sobre “universos paralelos”, pues casa mal con la kantiana precaución de no dejar volar la razón pura sin sustento empírico. Ahora bien, tras profundizar en la obra de Albert Einstein, se vislumbra que la primera antinomia filosófica de Kant depende de modos absolutos de pensar espacio y tiempo, modos ya superados por la Geometría Diferencial a partir del mismo Gauss.

Siguiendo esta idea - cual hilo de Ariadna - a través del laberinto idealista, se comienza a intuir una salida de dicha “caverna”: al conectar con ciertas paradojas del infinito, junto a recientes avances en Ciencias Exactas y Física Teórica, las antinomias kantianas alcanzan una aclaración general, con fundamento en primeros principios provenientes de la semi-olvidada metafísica pagana de Aristóteles. Durante tales reflexiones brotó además una chispa “¡ajá!”: cómo cimentar el antiguo argumento ontológico del existir de la Divinidad. Sé que la conjunción de la física-matemática con lo humanístico-griego no suele estar muy bien vista, pero creo que merece la pena.

SECCIÓN I

Paradojas del Infinito y Antinomias de la Razón Teórica

“De entre todas las ideas que tenemos, no hay alguna que sea más sugerida a la mente de tantas maneras, ni existe otra más simple, que aquella de *unidad* o uno.... cada objeto que requiere de nuestros sentidos, cada idea en nuestra comprensión, cada pensamiento de nuestras mentes, trae la idea consigo”

John Locke

Cuando por vez primera se tiene noticia de los llamados “trascendentales” del ser: *algo, uno, auténtico, real...* suelen concebirse como poco más que sinónimos del ente, o como curiosas facetas aclaratorias, pero en el fondo no parecen relevantes, no resultan tener “aplicación práctica” a ningún problema teórico, excepto como base de la reflexión que establece los primeros principios metafísicos (contradicción, identidad, razón suficiente,...). Aparentemente, casi sería mejor olvidar los trascendentales.

Craso error. Al reconocer ciertas paradojas del infinito como contraejemplos de las antinomias kantianas, se comprende poco a poco que la superación de dichas antinomias nos invita a seguir explorando el horizonte teórico, pero bien fundamentado por la aplicación de un trascendental apropiado a un sustrato “virtual” que, a primera vista, no parece verdadero ente (el vacío, lo múltiple, lo incompleto, lo contingente...). La siguiente tabla presenta, a vista de pájaro, las conexiones a explorar y aclarar.

Antinomias kantianas	Paradojas y Superación científica (Contraejemplos a las antinomias)		Horizonte teórico	Fundamento ontológico
Infinitud vs finitud extensiva	Paradojas geométricas y cósmicas	Geometría diferencial Relatividad General.	Fronteras del Espacio-Tiempo	Aliquidad del vacío
Infinitud vs finitud compositiva	Paradojas separabilidad y agregación	Topología y Medida Transfinitos Cantor	Complejidad Aritmética y Topológica	Unidad de lo múltiple
Determinismo vs Libertad	Paradojas causales (y cuánticas)	Teoremas Gödel Alternativas (in)distinguibles.	Determinabilidad Causal	Inteligibilidad de lo incompleto
Contingencia vs. Necesidad	Paradoja(s) del evento sorpresa	Teoría Probabilidad.	Incertidumbre y Potencialidad	Realidad de lo contingente

Recordemos que las antinomias kantianas son cuatro parejas de afirmaciones contradictorias sobre problemas cosmológicos (extensión, composición, causalidad...) que, en principio, rebasan toda experiencia posible. Según Kant, muestran como la Razón Teórica se enreda en un combate consigo misma, pues tanto tesis como antítesis en cada pareja son igualmente “demostrables” por el uso puro (no empírico) de la razón. El arreglo de Kant consiste en una distinción tajante entre fenómenos y “cosas en sí”, mediante la cual se soslaya cada contradicción sin inclinarse por una opción u otra.

Paradojas de las fronteras espacio-temporales. Superación de la Antinomia I: aliquididad del vacío.

Todos nos hemos sonreído ante ilustraciones arcaicas de una Tierra plana, con bordes de los que rebosa un océano, arrastrando algún barquito por una gran cascada para caer... ¿dónde?. “¡Qué ingenuidad!”, decimos para nuestros adentros. “Sabemos que la Tierra es esférica y la gravedad atrae hacia su centro. No hay caída posible ni borde alguno”. Correcto. Pero, ¿qué ocurre con el universo físico en su conjunto?

En su antinomia I, Kant trató este problema, y lo amplió considerando también el tiempo. Si el universo “plano” fuese espacialmente finito limitaría con la nada. Y si tuviese un comienzo temporal, entonces habría transcurrido una infinidad de tiempo “vacío” antes del supuesto origen. Por contra, si fuese espacialmente infinito, estaría “lleno” de una infinidad de objetos materiales, inabarcables en su totalidad. Tanto como los infinitos sucesos y procesos de un universo imperecedero, sin comienzo ni fin.

Anaxágoras y otros antiguos filósofos de la *physis* habían concebido un universo imperecedero. El espacio estaría “lleno” de una sustancia sutil y transparente que llamaron éter. Pero la infinitud de tal cuerpo material parecía problemática, y Aristóteles terminó considerando espacialidad y temporalidad como accidentes del ser, no como sustancias. Tendrían que depender de algún sustrato, y si pudiésemos suprimir TODA la materia, desaparecerían también espacio y tiempo, idea asumida por Leibniz y Berkeley en su polémica frente a Newton y Euler, defensores de espacio y tiempo absolutos.

Kant pensó después que ambas opciones de la antinomia podrían ser falsas, pues no disponemos de conocimiento objetivo de espacio y tiempo como “cosas en sí”: se trataría de formas “a priori” de nuestra propia sensibilidad, intuiciones puras, condiciones de nuestra experiencia. Arguyó que podemos imaginar espacio y tiempo vacíos, carentes de objetos materiales, pero no materia sin espacio ni tiempo.

Sin embargo, un jovencísimo lector de Kant descabalgó su idea con una sola frase demoledora: “las posibilidades de almacenaje de una caja vacía son objetivas”. Ya en el siglo XX, un algo menos joven Einstein culmina su intuición con una teoría donde el “espacio-tiempo” puede asumir una sorprendente diversidad de formas geométricas, manifestando las leyes que rigen la distribución de materia, y todo ello basado en primeros principios. “La materia le dice al espacio-tiempo cómo curvarse, y el espacio-tiempo le dice a la materia cómo moverse” es la idea clave en Relatividad General.

Tales formas, llamadas hoy variedades, amplían a 4 dimensiones la Geometría Diferencial intrínseca de superficies iniciada en el siglo XIX por Gauss, quien ya comprendió que la antinomia se sustenta en el carácter absoluto (paralelismo rígido) del espacio-tiempo de Newton. Si se supera la rigidez, surgen geometrías no euclídeas y variedades con curvatura. Pero Gauss prefirió no publicar estos descubrimientos, pues implicaban que el sistema filosófico de Kant, dominante entonces en Alemania, era un gigante con pies de barro, y no le apetecía soportar “el griterío de los beocios”.

Para Einstein, el espacio-tiempo coincide con el campo inercial-gravitatorio, patente a la experiencia mediante desplazamientos geodésicos (caídas libres de cuerpos) que desvelan su geometría, en acuerdo con Gauss y Riemann. Retomando el argumento de la caja vacía, cualquier hueco en la materia presentará dimensiones, propiedades topológico-geométricas y ciertas potencialidades (cuánticas??), que la nada no podría asumir. Campo dependiente de la distribución de materia, el vacío es *algo* (aliquididad).

Por ello, las llamadas paradojas geométricas (curvas infinitas que generan áreas finitas, superficies –como la esfera– finitas pero sin borde, superficies infinitas con borde, ... y generalizaciones a más dimensiones) se aceptan como *tipos* en los modelos que aspiran a representar fielmente el espacio-tiempo, según los datos astronómicos accesibles a la experiencia: la antinomia de Kant queda superada, transformada en un abanico de posibilidades a investigar por una Cosmología científica, joven y puntera.

Dicha Cosmología despegas con la llamada (injustamente) paradoja de Olbers, aunque se remonta a Kepler. El poeta Edgard Allan Poe acertó una posible explicación.

Paradoja cosmológica de Olbers: ¿por qué es oscuro el cielo nocturno?

Si el universo (esencialmente, la distribución a gran escala de estrellas) es infinito, estático y uniforme, entonces... en cualquier dirección y sentido se ha de intersectar alguna estrella.

¿Por qué no brilla abrasador el cielo, colmado de luz?.

Posibles respuestas (alguna por lo menos es seguro verdadera)

- Universo finito, espacialmente (Kepler) o bien temporalmente (Poe).
- Universo no estático (Hubble). Expansión relativista del *vacío* (¡!)
- Universo no uniforme (Mandelbrot). Distribución estelar arbórea (fractal).

Cálculos exactos realizados por el mismo Newton habían probado ya que una distribución estelar como la descrita en la hipótesis colmaría de luz todo el espacio interestelar. El astrónomo Olbers pensó en nubes de materia (no se descubrieron hasta mucho después) actuando a modo de “sombrija”, pero tal explicación no resuelve la paradoja, porque el suministro inagotable de luz acabaría calentando las nubes hasta ponerlas al rojo, perdiendo la opacidad y reemitiendo la luz al espacio.

Poe sugiere que “la distancia desde el fondo no visible (oscuro) es tan inmensa que ningún rayo de luz ha tenido tiempo de llegar a nosotros”, lo que quiere decir que el universo no es infinitamente antiguo (hay un comienzo temporal), o que dicha distancia aumenta sin cesar (expansión de Hubble), posibilidades coherentes con la Relatividad.

Hace poco se propuso (Mandelbrot) que la distribución estelar no es lo bastante densa en el espacio tridimensional, sino que tendría una estructura arbórea (fractal). Así se resuelve la paradoja sin implicar finitud o infinitud. Parece que una extensión de esta idea (McKay, Rourke, Alp) explica datos (sin recurrir a inflación, materia y/o energía oscura) mediante un modelo cuasi-estático (sin expansión!!) que además resuelve el enigma de la curva de rotación de las galaxias usando en exclusiva el arrastre de inercia de la Relatividad General (¡!). Vivimos tiempos apasionantes en Cosmología...

Paradojas de la complejidad aritmética y topológica. Superación de la Antinomia II: unidad de lo múltiple.

Como es sabido, para investigar la estructura física de la materia observable se inicia un proceso reiterado de fragmentación, que va a parar a unas partes mínimas (con las mismas propiedades que la materia de partida) llamadas moléculas. A su vez, las moléculas se componen de otras unidades algo más sencillas que llamamos átomos.

Para ilustrar el átomo se suele recurrir a la siguiente analogía: su estructura es algo parecido a un sistema solar en miniatura, donde el núcleo juega el papel de sol, y los electrones el rol de planetas. Por supuesto, las preguntas inmediatas son: ¿y cuál es la estructura

interna de núcleo y electrones?; ¿son también similares a sistemas solares a una escala aún más pequeña?; ¿va al infinito la posibilidad de descomposición o no?.

Esta última pregunta constituye, en esencia, la antinomia II de Kant, imposible de dilucidar mediante el uso puro de la Razón, al igual que la anterior. Sin embargo, el paralelismo entre las dos antinomias llega más lejos. Los avances en Ciencias Exactas (topología, medida...) traslucen que el arreglo de Kant (la distinción entre fenómenos y “cosas en sí”) no es ya necesario, y que la antinomia se puede superar y trascender logrando que las opciones antinómicas se integren como *tipos* en teorías estructurales más elaboradas: retículos y otras configuraciones discretas, bandas y formas “suaves” del continuo, configuraciones arbóreas “rugosas” y otros fractales, e incluso mezclas de tales tipos (resoluciones espectrales con zonas discretas y zonas continuas).

De hecho, una aclaración completa de algunas paradojas famosas que vamos a analizar a continuación requiere un enfoque dual, pero no desde esta antinomia de lo simple y lo compuesto, sino desde la integración de la multiplicidad como unidad de plena validez y significado. Seguiremos el orden histórico.

Paradojas de la “separabilidad discreta” del continuo (Zenón de Elea)

Ilustradas por Zenón para defender la idea de Parménides: el movimiento, de suyo incompatible con el ser, resulta imposible e ilusorio. Resumidamente:

(Aquiles) “Del inicio a la meta, un móvil ha de transcurrir por infinitos puntos...”

O sea, la partición en tramos de un intervalo (limitado), llevada al infinito \implies todo intervalo se “compone” de infinitos puntos (o instantes) **aislables** \implies jamás se completa un “recorrido” infinito (el movimiento real es imposible).

(La flecha) “En cada punto alcanzado, la flecha está momentáneamente quieta...”

Todo instante o punto (**aislado**) es indivisible. Pero cualquier movimiento real supone “tránsito” (entre dos estados, inicial y final), y así el movimiento local instantáneo implica escindir (en dos) el instante o punto, lo cual es imposible.

Hay quien opina que las paradojas de Zenón nunca se han resuelto de veras, a fin de concluir que la única opción posible es la negación total del continuo: cuantización del espacio-tiempo, no sólo en conflicto con la Geometría Diferencial y la Relatividad General, sino con el papel del continuo en la misma teoría cuántica (colisiones,...).

No obstante, la formalización del Cálculo Infinitesimal llevó a integrar la propia solución de la paradoja en las nociones de límite y derivada, así como en los principales teoremas de continuidad y derivabilidad; por eso se definen sobre intervalos abiertos. A pesar de ello, Zenón resurge y batalla cada año cuando el principiante confunde el resultado de un límite con el valor numérico de la función, sobre todo al derivar.

¿Por qué?. El mismo hecho de que el resultado de un límite sea preciso y concreto induce a pasar por alto algo que la propia noción de límite como tendencia implica: lo relevante es el comportamiento de la función en un entorno de puntos “próximos” al dado. Otra cosa es que el resultado de la tendencia sea puntual o “instantáneo”, pero nunca es aislable del entorno inmediato.

La disciplina que estudia las propiedades del continuo (imprescindibles para resolver la paradoja) como acumulación, conectividad,... se llama Topología. Declara “abiertos” ciertos intervalos (o entornos) conexos del espacio topológico, que serán base de la topo-

logía (métrica) usual. Entonces los puntos resultan “cerrados”. Todo punto (como centro de su entorno) queda “conectado” a algún entorno abierto y conexo.

Así pues, la partición de intervalos (y procesos) sólo da lugar a subintervalos (y subprocesos). Cuando la fragmentación se lleva al infinito, no basta con que ciertas series infinitas den lugar a sumas finitas (en el límite). Nunca se evalúa aisladamente un límite en puntos “cerrados”, sino que su valor se abstrae a partir de entornos “abiertos” que se contraen “fluyendo” hacia el punto indicado.

Resuelta la visión físico-matemática, la superación filosófica de las paradojas de Zenón pasa por la idea (que se remonta a Tomás de Aquino) de que instantes o puntos no son “partes” de intervalos o entornos “**extensos**”. Mejor dicho, en caso de verse como “partes”, entonces NO son aislables (en Física, ni la velocidad ni la aceleración “instantáneas” son definibles en puntos aislados de su entorno). Y viceversa, si los puntos o instantes se consideran plenamente aislados, entonces NO constituyen *per se* verdaderas “partes”, pues falla la conectividad. Imaginar el móvil en un instante o punto “desconectado” del entorno es el erróneo nudo de las paradojas de Zenón.

Aristóteles ya afirmaba que es perfectamente válido pensar los puntos e instantes como estados de transición del movimiento, puesto que la escisión del instante que aduce Zenón se explica mediante el esquema aristotélico potencia-acto, articulador del devenir: en el tránsito el móvil está simultáneamente en potencia para sus estados futuros (como el estado final) y en acto respecto a sus estados pasados (como el inicial). B. Russell decía que la propia noción de función incorpora ya los estados *intermedios*.

Por eso algo tan abstracto como: “bajo una topología no discreta, los puntos del espacio topológico NO son aislables topológicamente (supondría tomar cerrados como abiertos) de sus entornos” se traduce ontológicamente en: “los estados de transición NO son *partes separables* de un proceso continuo”, superando tanto las paradojas de Zenón como otras paradojas del infinito. El ente móvil en tránsito nunca está “inmóvil”.

Y bien, ¿cómo interviene el **trascendental unidad** en la resolución de las paradojas del movimiento de Zenón?. En el carácter **conexo** (“de UNA pieza”) del intervalo o entorno extenso respecto a la (ilusoria) separabilidad topológica en puntos. El contraste entre la “nube de puntos” infinita y los intervalos o entornos, cuya medida (longitud, área, volumen) es quizá finita (o no) se acentúa en las siguientes paradojas:

Paradojas de la separabilidad y agregación de puntos o valores

Aquí los conceptos problemáticos son los de tamaño y densidad:

(Hilbert) Indeterminación del “tamaño” del retículo (infinito) “numerable”

Ilustrada con un entretenido relato sobre un hotel de infinitas habitaciones, expresa que todo retículo infinito numerable es separable en tantos subretículos similares al original como queramos (por ejemplo, el hotel infinito es separable en habitaciones pares e impares, y cada sección es numéricamente idéntica al original, coordinable). El tamaño del retículo (infinito numerable) NO está bien definido.

(Banach-Tarski) Indeterminación del “tamaño” (medida) y densidad de zonas del “continuo” vistas como nube (infinita) de puntos.

Los (infinitos) puntos de una bola “abierta” se pueden separar y agregar de nuevo (sin que sobre ni falte ninguno) de manera que resulten dos bolas idénticas a la original, u otra bola de mayor tamaño. Hay regiones del continuo NO medibles.

Por brevedad, no vamos a profundizar en la paradoja de Banach-Tarski. Baste decir que los mismos infinitos puntos se pueden igualmente “reorganizar” en líneas, superficies, o regiones de mayor dimensión (natural), así como en configuraciones “rugosas” llamadas fractales, a las que corresponde una dimensión fraccionaria ($\zeta!$). Los conceptos de longitud, área y volumen (medida de Lebesgue) se generalizan a fractales mediante la llamada medida de Hausdorff. Estas teorías se distinguen de la Topología porque no se centran en la continuidad, sino en condiciones menos restrictivas (medibilidad) que permiten el cálculo de sumas infinitas e integrales de funciones densidad, prescindiendo incluso ($\zeta!$) de ciertos puntos (conjuntos de medida nula).

Será Cantor quien investigará finalmente colecciones numéricas infinitas de mayor complejidad aritmética. Clases continuas y discretas (infinito numerable) no son sino primeros peldaños de una escala infinita que sólo quedó establecida en firme [3] cuando Cantor logró constituir como unidad coherente (trascendental!) de pleno significado (conjunto bien definido) cada multiplicidad infinita, distinguiéndolas como clases por grados de infinitud mediante sus cardinales y ordinales transfinitos.

Continuidad	Extensión y Movimiento	Entornos conexos	Unidad topológica
Medibilidad	Tamaño y Densidad	Boreliano y fractales	Unidad medible
Complejidad	Cardinalidad y Ordinalidad	Clases transfinitas	Unidad aritmética

Así, para tratar el problema de los constituyentes básicos de la materia, la Física moderna dispone de un abanico de posibilidades que admite incluso mezclas de *tipos de infinito*. Restringirse con Kant a la antinomia “simple o compuesto” no aporta nada...

Paradojas de la determinabilidad causal. Superación de la Antinomia III: inteligibilidad de lo incompleto

En la antinomia III, Kant contrapone hábilmente un hipotético orden **natural** (cadenas causales **deterministas** sin comienzo ni fin) versus un supuesto orden por **libertad** (comienzo **espontáneo** de series causales). Decimos “hábilmente” porque el arreglo kantiano de escisión entre “fenómenos” y “cosas en sí” va a ser en esta ocasión especialmente interesante y productivo: las opciones antinómicas pueden ser ambas verdaderas identificando el orden **natural** con los “fenómenos” y adscribiendo el orden por libertad al ámbito de “cosas en sí” (ah, y ¿por qué no a la inversa?).

La siguiente paradoja causal, al igual que otras paradojas similares que omitimos por brevedad, nos plantea un final “espontáneo” de serie causal:

Paradoja (causal) de la lámpara: cuando el determinismo no determina...

Sea P la conocida partición del intervalo $[0,1]$ en subintervalos (cerrados por la izquierda y abiertos por la derecha) de extensión dada por la progresión geométrica $\{1/2, 1/4, 1/8, 1/16...\}$ donde cada tramo mide la mitad del precedente. Sabemos que la serie de longitudes es sumable y vale la unidad (cubre el intervalo inicial). Consideremos 1 hora de tiempo como tal intervalo inicial, subdividido según la partición P. Experimento mental: supongamos que encendemos y apagamos una lámpara de acuerdo con la siguiente regla determinista: la lámpara está encendida la primera media hora, apagada el cuarto de hora siguiente, encendida el octavo siguiente, y así alternativamente, según P. ¿Estará encendida o apagada la lámpara al final de la hora?

La paradoja es irresoluble porque la regla determinista, perfectamente admisible en principio, coordina dos sucesiones irreconciliables en el infinito: estados de la lámpara, que es oscilante y NO tiene límite, con subintervalos temporales, que sí tiene límite (converge al instante final de la hora). La efectividad de la regla determinista se borraría “espontáneamente”, llevando a fin la cadena causal.

Esta paradoja nos demuestra que las “leyes deterministas” han de venir sujetas a condiciones reguladoras (como los teoremas de existencia, unicidad y suavidad de soluciones de ecuaciones diferenciales) para lograr una determinación causal efectiva. Sin tales condiciones, surgen cada vez más casos de incompletitud, tanto en cadenas causales deterministas como en transmisión de datos (borrado de información), etc

Teorema de incompletitud de Gödel (versión teoría de la información):

Si un resultado (teórico) contiene más “información relevante” que un conjunto dado de axiomas, entonces tal resultado no puede ser deducido en exclusiva a partir de dicho conjunto de axiomas. Nota: la dificultad está en precisar qué se entiende por “información relevante” en cada caso práctico.

Así pues, aún reconociendo que el problema de la libertad rebasa totalmente este ensayo, parece excesivo descartar toda espontaneidad en el orden natural sólo porque Kant necesite una libertad inteligible en el orden moral. Podría muy bien ocurrir, para el caso de seres inteligentes, que cadenas causales deterministas enlazasen de modo totalmente natural con series causales teleológicas, permitiendo a tales seres inteligentes “autodeterminarse” en virtud de la anticipación intelectual de las causas finales.

En suma, es la inteligibilidad misma de lo incompleto (por ejemplo, una serie causal truncada sin razón suficiente) la que exige diversificar modelos del orden natural a fin de completar las pertinentes explicaciones. Tal proceder es plenamente científico siempre y cuando esté sujeto a algún tipo de contraste con la experiencia.

Paradojas de la incertidumbre y la potencialidad. Superación de la Antinomia IV: realidad de lo contingente.

En la antinomia IV, Kant discute esencialmente la coexistencia de lo contingente con lo necesario (ya sea dentro o fuera del mundo), punto de partida de los conocidos argumentos causales sobre el existir de un Ser “Necesario por Sí” (la Divinidad). La crítica de Kant termina por poner en duda la propia realidad de la contingencia.

Kant llama “contingencia empírica” a “aquello cuyo contrario es posible”, noción que, aplicada a la experiencia de seres que se generan y se destruyen en sucesión temporal, nos lleva a aceptar la contingencia (empírica) de tales entes de duración limitada. Sin embargo, Kant cree encontrar dos fallos graves en este razonamiento.

Primero, el error tantas veces criticado desde la teoría kantiana del conocer: al remontarse causalmente hasta la Divinidad, exenta de temporalidad alguna, se abandona (por ese mismo motivo) la sucesión *temporal* de eventos y se salta de un mundo experimentable de “fenómenos” a un mundo inteligible de “cosas en sí”. Tal proceder le parece a Kant siempre injustificado, pues rompe el maridaje (a modo de forma y materia) entre la categoría de la causalidad y su imprescindible sustento empírico.

Segundo, Kant señala que para efectuar dicho salto desde una sucesión temporal a una serie inteligible, se abandona la noción de contingencia empírica en favor de un concepto

de “contingencia inteligible”, como: “aquello cuyo opuesto contradictorio es, en su lugar, posible”. Y aquí está el nervio del argumento de Kant: para afirmar la contingencia inteligible de X, hemos de probar que, en vez de X, fue posible no-X. Lo cual está totalmente fuera de nuestro alcance, tanto experimental como racional.

O quizá no tanto. Para criticar a Kant, vamos a proponer tres razones:

1º) La **ambigüedad** del opuesto contradictorio para un X concreto. El opuesto contradictorio de estar sentado sería no estar sentado, que abarca multitud de posibilidades (estar de pie, estar tumbado, en cuclillas, etc etc ...). En cambio, el suceso contrario se refiere a alternativas concretas, bajo unas condiciones preestablecidas.

2º) Por contra, si se ensaya como contingente un **genérico X** = “lo posible”, se incurre en circularidad, y la sustitución contrafáctica (“en lugar de”) aplicada al opuesto contradictorio de X desemboca en una paradoja irresoluble. Veámoslo. Sea X = lo posible (contingente además por hipótesis). Según Kant, el opuesto contradictorio de X debe ser posible en lugar de X. Pero el opuesto contradictorio de lo posible es lo imposible. Por tanto, lo imposible debe ser posible en lugar de lo posible. Absurdo. Así, la “contingencia inteligible” de Kant es inaceptable, pues cae al final en una paradoja de autorreferencia tipo Russell. Claro, Kant no podía saberlo dos siglos antes.

3º) Bajo una interpretación realista de fenómenos cuánticos, Roger Penrose ve viable comprobar experimentalmente hechos contrafácticos y validar potencialidades (contingencia). Ver págs 48-49 de [5]. Por brevedad no podemos comentarlo aquí.

Paradoja(s) del evento sorpresa (versión examen, con complementos....)

Un viernes de principios de curso el profesor D. deja un mensaje firmado en el tablón de anuncios de una clase: “la semana próxima os pondré un examen sorpresa”.

Cuando se apaga algo el coro de gemidos subsiguiente, la delegada del grupo, llamada Evasiva Sine Die (Eva para los amigos), exclama: “...amigos, no os preocupéis, es imposible. Pues si llegase el jueves sin haber pasado el examen, sabríamos de antemano que tendría que ocurrir en el último día (viernes), y ya no sería una AUTÉNTICA sorpresa. Por tanto, hemos de tachar el viernes como posible día de examen. Pero ahora podemos repetir el razonamiento, aplicado al miércoles, para concluir que hay que descartar el jueves, y así sucesivamente. Razonando hacia atrás, tachamos TODOS los días de la semana. Así pues, no existe el examen sorpresa....”.

Llega el martes, y el profesor en efecto pone el examen. Eva y sus amigos están **realmente** sorprendidos, pues NO se lo esperaban. *¡Los cazadores cazados!...*

¿Es posible que esta cuestión aparentemente trivial tenga repercusiones en la antinomia de lo contingente y lo necesario?. Imaginemos qué dirían algunos filósofos...

Aceptan el “razonamiento”	NO aceptan el “razonamiento”
Berkeley (el mensaje es un invento; no es real, pues todo es mental)	Locke (hay que comprobar qué ocurre en la realidad, sin anticiparse en la mente)
Kant (el profesor está moralmente obligado a suprimir el examen, para no contradecirse)	Leibniz (la elección del profesor es preexistente como condición del examen, y es independiente de vuestras mentes)

Nietzsche (aún más, el profesor NO podrá examinar, pues ha muerto)	Freud (os angustia la incertidumbre, y pretendéis suprimirla de la realidad)
Wittgenstein (¿qué significa exactamente “auténtica” sorpresa?)	
Gödel (si realmente crees en la “sorpresa”, no puedes tomarla en serio)	

Un analista lógico [3] comienza su estudio dando gracias porque la resolución aparezca en la propia paradoja (el examen existe y el profesor de hecho lo pone). De lo contrario, “nos encontraríamos ante una paradoja muy grave”, pues si los estudiantes tuviesen razón, se validaría que hechos contingentes (elecciones...) ¡no pueden existir!

La paradoja ha sido profusamente analizada, sobre todo desde el punto de vista lógico-formal. Muchos han pensado que la paradoja es epistémica, y que desemboca en un indecidible de Gödel, pero no hay acuerdo general, y persiste la sensación de que se pasa por alto algún aspecto importante. La dificultad no consiste en dar una salida a la paradoja, sino en explicar en profundidad cuál es el fallo del razonamiento.

Estudiaremos la paradoja distinguiendo TRES casos, y conjugando dos puntos de vista: desde la teoría de probabilidades (Kolmogorov) y desde la ontología (lo contingente vs necesario). Comenzaremos precisando nociones, para aclarar ideas:

- Sorpresa: sensación (subjetiva) de asombro ante un suceso inesperado.
- Autenticidad de la sorpresa = alcance de la incertidumbre del suceso inesperado.
- Inesperado (en sentido incondicional): incapacidad predictiva absoluta (hasta el momento de la comprobación fáctica).
- Inesperado (en sentido realista): incapacidad predictiva relativa: existencia de una región temporal (intervalo de incertidumbre) cuya amplitud depende de la información accesible al observador sobre las condiciones del evento.

(Caso I) “Paradoja del infinito” inversa. La paradoja **se anula** si suponemos un curso escolar imperecedero, con infinitos días de examen a disposición. Pues el “razonamiento” de los estudiantes se basa en un plazo **finito**, que no deja margen a la “sorpresa” si se apura hasta el “último” día. Pero si no hay tal “último”, sino **infinitas posibilidades**, el intervalo de incertidumbre es infinito y la paradoja desaparece.

(Caso II) Unicidad de opción. Supóngase que el evento sorpresa sólo puede realizarse en una **posibilidad única** (¡!). Señalar un día único destruye la contingencia, ningún profesor diría “mañana (o el día tal) os pondré un examen sorpresa”. Por otro lado, los estudiantes se engañan al negar el **suceso seguro** (existencia del examen). El intervalo de incertidumbre tiene amplitud cero, pero TODOS yerran confundidos.

La paradoja alcanza “solución” (hay examen) a nivel puramente epistémico, pero no lógico ni ontológico (ocurre el evento sorpresa, pero **NO cumple sus propias condiciones de posibilidad**: el informador dice un sinsentido o miente). La aparente adecuación del resultado sorpresa es una “casualidad” proveniente de la **conjunción de ambos errores**, fallo de los informados y sinsentido (o falsedad) del informador.

Esta referencia mutua crea la circularidad por la cual la “solución”, desde el punto de vista meramente lógico, no es válida (paradoja del mentiroso a la inversa). La solución no válida es similar las soluciones matemáticas que no tienen sentido según el problema.

Los informados no tienen manera de saber si el informador les miente, se autoengaña o está loco (¡!). Comenta un analista anónimo que ésta es una paradoja inigualable, pues la contradicción está entre dudar o no dudar (es ontológicamente interna a la mente que vacila). Propongo llamarla indecible tipo “Hamlet”.

(Caso III) Opciones múltiples. Si se dispone de una **pluralidad finita** de posibilidades para realizar el evento sorpresa, entonces el intervalo de incertidumbre es de amplitud finita no nula (días de preparación del examen, hasta concluir el penúltimo). La contingencia reside en los **distintos** días disponibles para examinar.

La paradoja tiene solución válida a nivel ontológico (ocurre el evento sorpresa respetando todas sus condiciones de posibilidad) de modo coherente con el hecho de que el informador es veraz, mientras que los informados no sólo afirman que miente, sino que **niegan la realidad de la contingencia** mediante una exigencia absoluta de sorpresa (inesperado incondicional) en lugar de aceptar la incertidumbre inherente a lo contingente (inesperado realista). El “razonamiento” falla por otros dos motivos:

(i) La memoria retrodictiva de futuribles contradice *per se* la contingencia. Si se tratase de un eclipse, a nadie se le ocurriría tachar el último día, y de ahí hacia atrás.

(ii) También se niega el suceso seguro de la teoría de probabilidades (existencia del examen algún día); se ignoran las condiciones objetivas de posibilidad.

En suma, la paradoja del evento sorpresa (en el caso usual de opción múltiple) resulta un bello y curioso contraejemplo a la antinomia IV de Kant. La negación de la realidad de la contingencia conduce a absurdos, entre ellos la negación del necesario relativo que siempre la acompaña. Afortunadamente, tal realidad no es sólo abstracta (tercera vía de Tomás de Aquino), sino eminentemente práctica, pues se usa cada vez que en el mundo se resuelve un problema de probabilidades, teórico o aplicado.

Teorema (Tomás de Aquino - Andrei N. Kolmogorov)

(I) Toda contingencia es incompatible con la unicidad.

Prueba: es imposible un experimento aleatorio con espacio muestral unitario, pues tal único evento contingente coincidiría (absurdo!!) de manera contradictoria con el suceso seguro de la teoría de probabilidades (ha de haber necesariamente algún resultado, para que el experimento tenga sentido como tal).

Ontológicamente, si la realidad consistiese en un único ente contingente (indiferente al ser y al no ser), tal situación sería intercambiable por otra donde nada existiría, (sin causa explicativa, puesto que no hay más entes). Es decir, la existencia aislada de un ente contingente único es inexplicable y absurda.

(II) Coexistencia de lo contingente y lo necesario (relativo): junto a cualquier colección de contingentes ha de coexistir algún ente necesario (relativo, en principio). Observación: podría ser una pluralidad de necesarios. Prueba: cualquier colección formada EN EXCLUSIVA por entes contingentes equivale a UN solo conjunto aislado, contingente en su totalidad. Aplicamos (I). Exclusiva imposible.

Nota: En contextos de azar, el/los ente(s) necesario(s) comprenden todas las condiciones de posibilidad objetivas del experimento (instrumental, etc..)

La coexistencia de lo contingente con lo necesario relativo (dentro del mundo “temporal”) parece una quimera en la antinomia de Kant, cuando lo verdaderamente irreal es su defectuosa noción de “contingencia inteligible”. La antinomia IV es una auténtica

falacia, como quizá podrían serlo el análisis idealista y los presupuestos ontológicos en la “dialéctica trascendental” [4] de la Crítica de la Razón Pura.

Por último, no puede uno menos que preguntarse: ya que la realidad coexistente de lo contingente y lo necesario (relativo) se ha visto plenamente reafirmada, ¿no ocurrirá lo mismo con la realidad del Ser “Necesario por Sí”...?.

SECCIÓN II

El argumento ontológico en el laberinto del “a priori”

“Ahora bien, el ser no es la entidad de nada: pues lo que es no es un género”.

Aristóteles

El argumento más discutido sobre la existencia de la Divinidad es el llamado (modernamente) argumento “ontológico”, que intenta deducir tal existir partiendo de una noción previa de la Divinidad a la que se aplican exclusivamente ideas “a priori”. Acecha aquí un equívoco o confusión entre distintos significados del término “ser” que deriva en un fascinante laberinto especulativo donde las mejores mentes de todos los tiempos se han perdido. El adelantado en advertir el peligro de dicha equivocidad fue el mismo Aristóteles, primero también en afirmar la multivocidad de la palabra “ser”.

Curiosamente, la versión original de este argumento, recogida en un libro religioso llamado “Proslogion”, debido a Anselmo de Canterbury, no propone una definición cerrada de la Divinidad, sino una noción parecida al límite de una serie recursiva, en concreto “aquel Ser tal que excede a todo lo pensable”, idea similar a la usada en Ciencias Exactas para tratar el infinito numérico. La referencia a los entes matemáticos ideales no es casual, sino que apunta ya al defecto principal de todas las formulaciones: un tránsito ilegítimo de la representación mental a la existencia real.

Formulaciones ontologistas (inválidas) y críticas de Russell y Kant:

Es precisamente el filósofo y matemático Bertrand Russell quien, para poder criticarlo (“se trata de un juego de palabras”) reformula el argumento original de forma que se manifiesten todos sus defectos:

R1) Sea X un ser lo más perfecto pensable.

R2) La existencia real es una perfección (es superior a la meramente mental).

R3) X existe en la realidad (si no, podría pensar otro X más perfecto).

Según Bertrand Russell, subyacen aquí nociones equívocas del ser, la existencia y la posibilidad. Para comprobarlo, basta pensar el “ser” de R1 como genérico (X podría ser cualquier arquetipo universal, el más perfecto posible de su género: el universal de triángulo, de unicornio, etc...), viniendo a caer en el ontologismo de raíz platónica: cualquier universal ha de existir, por ejemplo la isla perfecta (parodia de Gaunilo).

Tampoco está claro el concepto mismo de “existencia”, vista como perfección. Tal y como bien explica Kant, cien táleros reales no contienen más (en el orden de la esencia) que cien táleros meramente posibles. La existencia real NO es una perfección “esencial” universal (al menos no lo es en el orden de cosas que observamos...). Dicho de otro modo, por muy perfecto que pensemos cualquier universal arquetípico en el plano esencial, seguirá siendo ideal en el plano existencial.

Formulaciones tautológicas (inválidas) y crítica de Tomás de Aquino:

Hay versiones del argumento ontológico que utilizan alguna definición ya directamente existencial de la Divinidad como peligroso ingrediente para probar su existencia. Decimos peligroso porque, en tales casos, el argumento siempre resulta inválido, suponiendo lo que quiere demostrar (círculo vicioso manifiesto). Ejemplos:

T1) “D” (el Ser Realísimo, imposible de no ser) existe realmente.

T2) “D” (el Ser Necesario por Sí) existe necesariamente

T3) “D” (el Ser Subsistente en Sí) es.

Aun en el caso de que tales proposiciones fuesen ciertas, no constituyen prueba válida alguna, pues incurren en tautología, truco semántico más o menos explícito mediante el cual se supone nominalmente lo que se quiere demostrar. Para aclararnos, otro ejemplo: cierto amigo mío se llama Javier Real. Si yo pretendiese que el juicio “Javier Real es real” fuese necesariamente verdadero “a priori” (prescindiendo de la experiencia), estaría derivando la existencia de mi amigo de su apellido, lo cual es a todas luces erróneo, aunque simpático.

En esta línea crítica, Tomás de Aquino argumenta con agudeza que una cosa es la evidencia ontológica (en sí) y otra cosa la evidencia noética (para nosotros).

a) Son ontológicamente evidentes (“quad se”) aquellas proposiciones (hoy llamadas analíticas) cuyo predicado se deduce del análisis del sujeto; por ejemplo “los seres incorpóreos no ocupan lugar”, así como muchas proposiciones matemáticas.

b) Son noéticamente evidentes (“quad nos”) aquellas proposiciones ciertas para las que se conocen realmente los términos que las componen.

Parecería que toda proposición ontológicamente evidente (en sí) tendría que ser también noéticamente evidente (para nosotros); pero esto NO es cierto, pues hay que ser capaz de conocer el sujeto para validar la proposición. Por ejemplo, “la nieve pura es blanca” es verdadera, pero no es evidente noéticamente para un ciego de nacimiento.

Ocurre justo que la proposición “la Divinidad existe”, aun siendo evidente “quad se”, seguirá siendo NO evidente “quad nos”, debido a que NO podemos explicar cómo es la subsistencia “per se”, nunca la hemos aprehendido a partir de la experiencia.

Formulaciones matematicistas (inválidas) y crítica de Kant:

Intentando mejorar el argumento, el filósofo Descartes evita al menos caer en el ontologismo mediante una noción cerrada de la Divinidad como “la suma y omnímoda perfección”. Es claro que los demás arquetipos universales ideales no llegan a tanto (podrán ser perfectos en su género pero no omnip perfectos). Mas con tal definición se agudiza el riesgo de incurrir en círculo vicioso oculto.

D1) “D” es el ente supremo ideal. Posee toda perfección en modo ilimitado.

D2) La existencia (real) necesaria es una perfección.

D3) “D” necesariamente existe (en el orden real o sólo en el ideal ???).

Es inútil buscarle fallo alguno al silogismo porque no lo tiene. Pero Descartes introduce (como Avicena antes que él) en D2) el concepto de “existencia necesaria”, que se utiliza válidamente todos los días en Matemáticas para probar teoremas sobre existencia de objetos ideales a partir de axiomas. Hemos puesto la palabra ideal en D1) a propósito, con el doble sentido de mental y de arquetipo perfecto.

El argumento es válido mientras permanezcamos en el ámbito ideal-mental. Pero si D3) ha de concluir la existencia extramental de la Divinidad, entonces D2) supone un tránsito ilegítimo del orden ideal al orden real. Pues el problema aquí es que jamás hemos visto un solo caso de “existencia necesaria” fuera del ámbito mental.

Ciertamente, muchos filósofos aceptan que la “existencia *necesaria* extramental en la realidad” sí que sería (excepcionalmente) una perfección (y predicado real, en contra de Kant). Pero si la palabra “*necesaria*” (para qué???) ha de tener un significado autónomo (*necesaria per se*), la (supuesta) excepción es equivalente a perfección “por esencia”, lo cual coincide justo con lo que se trata de demostrar.

Y así, la afirmación nominal de la (supuesta) excepción no puede ser ingrediente de la prueba. Nuevamente se cae en círculo vicioso, como corrobora indirectamente el mismo Descartes al dar otra versión del argumento, basada en que tiene la idea “clara y distinta” de que la existencia *necesaria* (real, claro) está contenida en la Divinidad.

Damos una última formulación más refinada del argumento ontológico, que evidencie su principal defecto, extensamente comentado por Kant:

K1) “D” es el ente supremo ideal. Posee toda perfección en modo ilimitado.

K2) La “existencia real por esencia” es una perfección (excepción???)

K3) “D” existe (por Su propia esencia!!!) en la realidad.

El argumento sigue sin ser válido. En principio K1) supera el ontologismo. Pero Kant argumenta muy bien que habría que probar la posibilidad de la excepción K2), que nunca jamás se ha visto, pues de lo contrario se supone tácitamente lo que se quiere demostrar (paréntesis en K3, círculo vicioso!!!) y además dicha posibilidad habría de ser efectiva (conectada válidamente con algún hecho real incuestionable) y no meramente lógica, para evitar el tránsito ilegítimo del orden ideal al orden real.

Reiteramos: la existencia NO es una perfección “esencial” (al menos en el orden de cosas que observamos). Y no es aceptable decir: hay una excepción, pues eso es lo que hay que demostrar.

Si el argumento ha de tornarse válido, tendría que cumplir:

C1) Evitar la tautología, cuidando formular TODOS los pasos del argumento (incluida la noción de la Divinidad) de forma que la tesis a demostrar no se suponga por adelantado, nominalmente oculta. Para ello, nos abstendremos de utilizar el concepto de perfección, que tantos inconvenientes acarrea. Tampoco usaremos “grandeza” ni “excelencia”, expresiones ambiguas que dan lugar a las parodias más mordaces.

C2) Prevenir el ontologismo, mediante nociones del existir y de la posibilidad que no caigan en equivocidad. Evitaremos del todo la expresión “existencia necesaria” para no confundirla con la implicación lógica de juicios.

C3) Evitar el tránsito ilegítimo de la representación mental a la realidad (lo que nadie ha logrado todavía) probando la posibilidad efectiva del existir subsistente.

SECCIÓN III

El argumento ontológico-modal y un fundamento “a posteriori”

“Por las ideas del espíritu discernimos el acuerdo o desacuerdo de las ideas que tienen una existencia ideal semejante en nuestros espíritus (...). Pero cualquier idea, simple o compleja, por el mero hecho de estar en nuestros espíritus, no es evidencia de la existencia real de algo exterior a nuestros espíritus que corresponda a aquella idea. La existencia real sólo puede probarse por la existencia real; y, por tanto, la existencia real de Dios sólo puede probarse por la existencia real de otras cosas”

John Locke

Es difícil expresarlo mejor que Locke: toda prueba exclusivamente “a priori” está condenada al fracaso. Hay que conectar objetivamente con la experiencia.

Asimismo, se ha de afinar la noción filosófica de la Divinidad de manera que no resulte vacua, para cubrirse después con algún término que sólo se aplica en el orden matemático. Por ejemplo, Gödel, en su prueba lógico-formal, no precisa claramente lo que entiende por atributos “positivos”. Con lo que su prueba, aunque consistente, queda vacía, pudiéndose objetar que la Divinidad se ejemplifica, pero sólo en el orden ideal.

Primeros Principios

Para evitar tautologías, no daremos definición “cerrada” de la Divinidad, sino la noción-límite siguiente, que, como mostraremos más adelante, es el recto sentido del “aquel Ser tal que excede todo cuanto puede pensarse...” en Anselmo de Canterbury.

Noción de la Divinidad: aquel Ente (hipotético) que, de existir, sólo albergaría caracteres positivos (Gödel) puros (*), tanto explícitos como implícitos, de forma que NO supongan en su Ser limitación ni potencialidad alguna (Aristóteles).

(*). Llamaremos aquí caracteres positivos puros explícitos a los aspectos trascendentales (aliquidad, unidad, inteligibilidad,...) de todo ente en cuanto tal.

Y por carácter positivo puro implícito entenderemos cualquier atributo derivado de dichos trascendentales mediante primeros principios metafísicos (contradicción, razón suficiente, identidad...) aplicados a la noción anterior. En esta línea, el argumento será propiamente ontológico, y no meramente lógico-formal.

La lógica modal y el Teorema de Hartshorne-Malcom

El renovado interés de algunos filósofos del siglo XX por el argumento ontológico estriba en la oportunidad de prevenir de raíz toda caída en el ontologismo mediante nociones apropiadas del existir y la posibilidad que eviten la equivocidad. Ello se logra con una clasificación de los modos de existir completa, realista y congruente con la lógica modal, tal y como se presenta en la siguiente tabla.

Modos de Existir	Significado	Ejemplos
Nulo (imposible) (apariciencia de ente)	Absurdos e irrealizables exclusivamente mentales (imposibles de ser)	Quimeras irresolubles. Cuadrado redondo (irresoluble en sí)
Accidental (entes posibles tanto de ser como de no ser)	Entes virtuales realizables (podrían existir aunque de facto no existan)	Entes ideales (proyectos ejemplificables) y entes imaginarios (mundos posibles)
	Entes contingentes (podrían dejar de existir o no haber existido)	Los seres físicos que se generan y corrompen
Subsistente (plenitud del ser) (hipotético)	Ente Realísimo (imposible de no ser) (si se prueba la posibilidad)	<i>Es lo que queda por demostrar, que esta clase es no vacía</i>

Aquí se ofrecen nociones justas y precisas de todas las opciones lógicas que pueden presentarse como modos de existir, incluyendo la apariencia de ente (modo nulo o imposible) puramente mental. El modo subsistente se considera en todo momento hipotético, para evitar presuponer lo que se quiere demostrar.

Esto se refleja en la prueba del siguiente teorema, donde NO se cae en el prejuicio (circular) de favorecer la opción M+ (existencia de la Divinidad) sobre la opción M- (no existencia de la Divinidad) o viceversa; las opciones se tratan por igual.

Teorema de la alternativa (ontológico-modal) de Hartshorne-Malcom (1960): el modo de existir de la Divinidad NO puede ser accidental: o bien es imposible (irrealizable, apariencia de ente) o es subsistente (Ente Realísimo, plenitud del ser)

Prueba:

M+) Si la Divinidad realmente existiese, no podría dejar de existir, pasando del ser al no ser. Ello supondría potencialidad en la Divinidad. Por tanto, si la Divinidad de hecho existe, su modo sería subsistente. Notar bien que no se afirma la famosa tautología (modo subsistente implica D. existe) sino la proposición contraria.

M-) Si la Divinidad no existe, no podría llegar a existir, pasando del no ser al ser. No podría por sí misma, puesto que (en esta hipótesis) no existe. Es más, ninguna causa podría hacerla efectiva, pues entonces la Divinidad dependería ontológicamente de tal causa (potencialidad!!), que sería superior a la misma Divinidad (absurdo!!). Por tanto, si la Divinidad de hecho no existe, su existencia sería imposible (notar bien que en este caso su ser resulta irrealizable: apariencia de ente, modo nulo).

Comentario M: este sorprendente teorema proporciona una superación, tanto del ontologismo de raíz platónica como del idealismo alemán, en sus diversas formas.

El ontologismo viene a sostener que todos los universales son subsistentes (la Divinidad, la margarita-arquetipo, el triángulo, el unicornio... son la realidad eterna), mientras que las teorías idealistas conllevan que todos los universales son meramente virtuales (la Divinidad, la margarita-arquetipo, el triángulo y el unicornio existen al mismo nivel, el ideal-mental). Parecería que los extremos se tocan, equiparando a la Divinidad con Pinocho (idealismo) o a Pinocho con la Divinidad (ontologismo).

Volviendo a los táleros de Kant (posibles o además reales), concedamos que sean reales hoy, pero podrían dejar de ser táleros reales mañana, lo que implica potencialidad (radicalmente incompatible con la hipotética naturaleza de la Divinidad). Lo crucial en los táleros no es su mayor o menor perfección en el orden de la esencia, sino su modo peculiar (accidental) de existir, y las formulaciones del argumento ontológico que involucran el concepto de perfección confunden y mezclan una cosa con la otra, “jugando con las palabras” tal y como criticaba Bertrand Russell.

Por contra, las parodias han llevado a ciertos pensadores a concebir la Divinidad como ente meramente ideal (cual proyecto de arquitectura) o como ente imaginario (mundos posibles), que aunque no existan de facto, podrían existir (quizá sí, quizá no), sin darse cuenta de la potencialidad que supone tal “casual” indiferencia. Y si la Divinidad no existiese, ningún “hada azul” de ningún mundo posible podría tornarla real. Sería una quimera radicalmente absurda, y contradictoria con la Divinidad.

El desafío de Kant

El sutil intelecto de Kant le permitió, sin embargo, ver a través de la nórdica bruma idealista, con casi un par de siglos de antelación, la siguiente consecuencia inmediata del teorema de Hartshorne-Malcom, que él esgrimía como desafío:

Corolario (Kant): La posibilidad efectiva (con fundamento extramental, no meramente lógica) del existir subsistente implica que la Divinidad se ejemplifica en el orden real, y viceversa (se trata de una equivalencia).

Establecer tal posibilidad efectiva (negada por Kant) sería la tarea pendiente. Es en este nido donde se oculta el paso ilegítimo del orden ideal-mental al orden real. Repase-mos brevemente las principales formulaciones históricas:

- Anselmo de Canterbury prepara el salto ilegítimo en el momento que afirma: “cuando me oye decir que hay un Ser tal que excede todo cuanto puede pensarse, el insensato comprende lo que digo...”. La posibilidad ideal de la Divinidad en la mente va a ser confundida y dada por sentado como posibilidad efectiva de la Divinidad en el orden real, y el salto se consume con “existir en la mente y en la realidad es mayor que la existencia en la mente tan sólo”.
- Descartes recurre a la tesis de que la existencia real necesaria es una perfección. El problema es que jamás hemos experimentado tal cosa. El paso de la noción (ideal) de la Divinidad a la existencia necesaria (real) es ilegítimo en todo caso.
- Leibniz, llevado de su optimismo racionalista, defendía que la posibilidad lógica (condición necesaria) era también suficiente. La respuesta de Kant es contundente. Claramente la propuesta de Leibniz ancla el argumento en el orden ideal-mental.

- Malcolm cae, tras establecer su estupendo teorema, en los fallos combinados de Descartes y Leibniz, pues al comentar la segunda versión del argumento (en el Proslogion de Anselmo) da por bueno que la existencia necesaria sí que es una perfección y para establecerla basta con que no sea autocontradictoria.

La salida del laberinto idealista

Ciertamente, tal y como aduce Kant [4], no podemos hacernos idea alguna de un sujeto que desaparece, junto con sus predicados, dando lugar a contradicción. Sin embargo, tomándole la palabra al mismo Kant, la necesidad absoluta de juicios (en nuestra mente) no es una necesidad absoluta de cosas. No poder hacerse idea de algo (en la mente) no permite afirmarlo (en la realidad) pero tampoco negarlo.

Esto parece concordar con la tesis de Tomás de Aquino de que la proposición “la Divinidad existe”, aun siendo evidente “quad se” (analítica), sigue siendo NO evidente “quad nos”, debido a que no podemos de hecho aprehender en nuestra mente la forma del existir subsistente por esencia. Ahora bien, ¿y si la limitación de nuestra mente de la que habla Tomás de Aquino fuese al mismo tiempo el motivo que nos convence (falsamente!!!) de que la representación mental kantiana de la supresión de sujeto y predicado coincide con lo que ocurriría de verdad en la realidad extramental?. Es decir: ¿lo suprimible en la mente es seguro suprimible en la realidad?

Si la respuesta es NO, Kant habría incurrido justo en el mismo fallo que pretendía evitar, un error similar al de los supuestos tácitos de Hume (lo separable en la mente es separable en la realidad). Sería también otro paso ilegítimo más del orden ideal al orden real, inducido por las nociones de existencia y posibilidad inherentes al idealismo kantiano. ¿Mas, y si fuese posible probar una contradicción extrínseca?

Un fundamento “a posteriori”: el Principio de Razón Suficiente

El Principio de Razón Suficiente (PRS) manifiesta el modo en que puede darse la inteligibilidad del ser; viene a decir que cada aspecto de un ente será explicable, bien por la propia naturaleza del ente, o bien por otro(s) ente(s). Por ejemplo, el hecho de que 17 sea primo se explica y demuestra por su naturaleza como número. En cambio, su existencia en el orden ideal sólo se explica por otro ente, alguna mente que lo conciba.

La tardía aparición histórica del PRS da cuenta de la dificultad en comprenderlo recatemente. No significa que todo tenga solución, sino que el hecho de no tenerla es explicable. Tampoco implica que todo acontecer sea una maravilla o que éste sea el mejor de los mundos posibles (exageración de Leibniz), sino que lo no-inteligible sólo ha lugar en cuanto el no-ser (como privación) incide en el ente.

Por tanto, una formulación correcta ha de ser mesurada: “todo ente, en la medida en que es ente, tiene suficiencia inteligible, bien por sí mismo, o (completada) por otro”. El primer caso se dirá “suficiencia inteligible incondicionada o absoluta”, y el otro “suficiencia inteligible condicionada o relativa”.

Para culminar el argumento ontológico-modal, se razonan 4 pasos, el primero de los cuales usa exclusivamente la validez metafísica del Principio de Razón Suficiente aplicado a la colección de entes reales de nuestra experiencia: como a cada ente no puede faltarle suficiencia inteligible (PRS), a una colección cualquiera tampoco.

Paso 0) Existencia extramental de ente(s)-ASI (Auto-Suficiencia Inteligible): algún ente (en principio, podrían ser varios) con suficiencia inteligible absoluta (para cualquier trascendental dado), se ejemplifica en el orden real.

Prueba de la Existencia (a modo de teorema de incompletitud):

E1) Supongamos que existe un único ente, con suficiencia inteligible relativa. Hay incompletitud en su suficiencia inteligible, pues no contamos con otro ente que la complete. Así, suficiencia inteligible relativa es incompatible con unicidad (dual del teorema de incompatibilidad de contingencia y unicidad de la sección I, antinomia IV).

E2) Si ahora suponemos cualquier posible colección de entes, todos ellos de suficiencia inteligible relativa (para un aspecto trascendental X), tal pluralidad (finita o infinita) seguirá siendo de suficiencia inteligible condicionada vista como un solo conjunto (ente único, de nuevo). Es decir, la agregación de entes de suficiencia inteligible condicionada (para un mismo aspecto trascendental) NO remediará la incompletitud inteligible global de la colección.

Ejemplos: causas puramente transmisoras, cadenas causales accidentalmente subordinadas (ej generación sucesiva de individuos de una especie). La cadena como un todo tiene existir accidental. Eslabones de suficiencia incompleta, cadena incompleta. Nota: nuestro argumento no utiliza la causalidad, a diferencia de las vías tomistas.

E3) Sea cual fuere la colección de entes de suficiencia inteligible condicionada en el orden real, resulta incompleta por sí sola, y precisa (PRS) que ADEMÁS EXISTA (en el MISMO orden) algún ente de Absoluta Suficiencia Inteligible (ASI). Ahora bien, los entes reales observables en nuestra experiencia (con modo de existir accidental) se hallan en aquel caso, pues su realidad no es totalmente explicable por sus naturalezas propias (justo por eso no teníamos (sección II) idea válida del existir “por esencia”!). Se concluye que EXISTE en el orden REAL algún ente-ASI que hace completamente inteligible la realidad de los entes de existir accidental.

Comentario E: El argumento se torna “a posteriori”, con base extramental: pues SABEMOS que existen entes de suficiencia inteligible condicionada (ejemplo: nosotros mismos). No hay tránsito ilegítimo del orden ideal al real, ni circularidad, lo cual se refleja en el hecho de que (en principio) podrían existir varios entes-ASI.

Paso 1) Unicidad: el Ente de Absoluta Suficiencia Inteligible para cualquier trascendental dado, ha de ser único. La autosuficiencia inteligible exige e implica la unicidad real, que toma el lugar de la causalidad en otros argumentos.

Prueba de la Unicidad: supongamos que hubiese múltiples entes-ASI, de distinta naturaleza. Uno y el mismo aspecto trascendental realizado en tal pluralidad de manera absoluta e incondicionada no es explicable por las naturalezas distintas de cada cual, procedería de algo extrínseco. Pero entonces la suficiencia inteligible de todos es relativa a algo externo y NO son auténticos absolutos ASI. Contradicción.

En cambio, si comparten una naturaleza común (que conlleve la ASI) pero materializada en múltiples sujetos, hace falta un principio explicativo (singularizador) que los

distinga, distinto de su común naturaleza, y por tanto sólo explicable por algo extrínseco, lo que contradice de nuevo la suficiencia inteligible incondicional.

Otra forma de verlo: el trascendental inteligibilidad equivale al trascendental unidad. El principio de identidad: “todo ente, en cuanto ente, es uno” (íntegro o coherente) nos indica que toda multiplicidad exige inteligibilidad extrínseca. La suficiencia inteligible absoluta ha de corresponderse pues con una absoluta y autosuficiente unificación. La (hipotética) multiplicidad de sujetos-(ASI) ha de unificarse entre sí por identificación real, lo que excluye toda multiplicidad.

Comentario U: Notar que este razonamiento es inverso a la incompatibilidad entre contingencia y unicidad (ver sección I, antinomia IV). La unicidad no se ha usado para probar existencia, pero es imprescindible para superar el desafío de Kant.

Paso 2) Identidad (Anselmo de Canterbury): El (existente y único) Ente de Absoluta Suficiencia Inteligible (ASI) respecto a cualquier trascendental dado exige inteligibilidad ilimitada (“aquel Ser que supera todo lo pensable”), identificándose con la Divinidad (Plenitud Inteligible ilimitada en Sí)

Prueba de la Identidad: veamos la equivalencia mediante las dos implicaciones lógicas acostumbradas para no dejar ningún resquicio a la ambigüedad.

==>) **La Divinidad** (Plenitud Inteligible ilimitada) es (el único) Ente-ASI.

-Un razonamiento paralelo al de Hartshorne-Malcom nos lleva a afirmar: si la Divinidad existiese, nada podría quitarle (ni darle) suficiencia inteligible en ningún aspecto. Así, la noción de la Divinidad cumple de sobra la definición de ASI respecto a cualquier trascendental. Nota: la unicidad anticipa ya la implicación contraria.

□) El único Ente-ASI es la Divinidad (Plenitud Inteligible ilimitada).

-Si la inteligibilidad respecto al trascendental X fuese limitada, el principio explicativo de tal limitación sólo podría ser: extrínseco (caso i) o intrínseco (caso ii).

i) imposible, pues - en tal caso - una parte de la inteligibilidad del ente-ASI dependería de algo externo, y tal ente no sería verdaderamente autosuficiente.

ii) se debería a alguna naturaleza limitante, pero imposible de concretar a priori, por lo que el alcance del principio limitador no quedaría determinado. O sea, además de tal naturaleza, sería igualmente admisible otra naturaleza menos limitante, y otro ente-ASI “mayor” que el de partida (ahora sí es aplicable un razonamiento tipo Anselmo de Canterbury, pues la existencia real de ente(s)-ASI está ya demostrada). Llegamos así a dos (o más...) entes-ASI. Contradicción con la unicidad ya probada.

Comentario I: por tanto, el Ente-ASI (que ya sabemos existe y es único), NO puede asumir limitación alguna, ni en el trascendental inteligibilidad ni en cualquier otro (los trascendentales son equivalentes e intercambiables), y coincide plenamente con la noción-límite “aristotélica” de la Divinidad.

Paso 3) Coherencia o posibilidad lógico-formal (Leibniz): condición necesaria (aunque no suficiente). Es la compatibilidad, en un único Ente, de todos los caracteres “positivos” puros, tanto explícitos como implícitos (*).

(*) Nota: un carácter puro implícito (derivado) sería un Intelecto Reflexivo Ilimitado, cuya presencia en el seno de la Divinidad vendría rigurosamente exigida por su misma auto-suficiencia inteligible, ya que un intelecto limitado no abarcaría su completa e ilimitada suficiencia inteligible, y el hecho real de la inteligibilidad dice relación a algún intelecto.

Prueba de la Coherencia (Leibniz): la coexistencia de los caracteres puros explícitos es directamente evidente, dado que son los trascendentales del ente en cuanto tal, equivalentes e intercambiables en cualquier ser (también en la Divinidad).

La compatibilidad de los caracteres puros implícitos se razona por reducción al absurdo: todos ellos derivan de los trascendentales mediante Primeros Principios, que asimismo emanan de los trascendentales. Cualquier incongruencia tendría que proceder de los trascendentales origen (pues la ilimitación no cambia la forma intrínseca de un carácter; al contrario, reafirma su solidez) y aquellos son de hecho no sólo compatibles, sino equivalentes. La incongruencia sería absurda.

Comentario C: Kant negó asimismo esta última posibilidad “lógico-formal”, pues aducía que se pretende compatibilizar “todas las perfecciones” sin aclarar cuáles son. Argumentó que jamás resultará posible conocer la infinitud de perfecciones, y menos su compatibilidad. Y concluyó, como tantos otros, negando toda posibilidad de una “Onto-Teología” basada sólo en los primeros principios ontológicos. Asimismo, según Tomás de Aquino, este vacío solamente lo colma la “Sagrada Ciencia”.

En la “pagana” metafísica, perfecciones como omnipotencia, omnisciencia, etc... son relaciones de razón (orden ideal) que remiten a una relación real pero de sentido contrario (dependencia respecto a la Divinidad). De ahí que las aporías de la teodicea NO supongan incompatibilidad real en el seno de la Divinidad, sino en nuestra mente.

Mas una cosa es que nuestro limitado intelecto no pueda alcanzar intuición completa de la ilimitación esencial de la Divinidad (es decir, no poder abarcarla en toda su profundidad) y otra muy distinta no comprender cualitativamente algunos atributos, como los trascendentales del ser, manifiestos en todo ente que conocemos, y que nos permiten argumentar la compatibilidad de sus caracteres derivados.

Resumimos todo lo argumentado en la siguiente tabla de contingencia, que responde al desafío de Kant: hay, en efecto, un Ser no suprimible sin contradicción respecto al existir accidental de entes de suficiencia inteligible condicionada. Cuando Kant suprime (mentalmente) el Ente de Suficiencia Inteligible Absoluta, se contradice con la supervivencia del “observador” (la propia Razón Teórica del buen Kant) que es insuficiente para explicarse a sí misma (!) su propia realidad.

Situaciones existenciales hipotéticas	¿Se contradice con el Principio de Razón Suficiente?	Contraste con la experiencia	Compatible con UNA de las dos alternativas del Th Malcom
A) Nada existe. Ni siquiera la mente del “observador”.	INDECIDIBLE ontológico “a priori”	De hecho, falso “Pienso, luego (yo) existo”	Sólo con (M-) (Divinidad = apariencia de ente, irrealizable)

B) Existen solamente (colecciones) de entes inteligibles relativos (insuficiencia global)	SI. (¡!) Lo contradice para cualquier colección	Ha de ser falso por contradecir el PRS en el orden real.	Sólo con (M—) (Divinidad = apariencia de ente, irrealizable)
C) Existen entes de suficiencia inteligible relativa y (además) existe el Ente-ASI	NO. El existir del Ente-ASI es requerido por el PRS.	Ha de ser verdadero (por descarte)	Sólo con (M+) (Divinidad existe = Ente Realísimo)
D) Existe solamente el Ente-ASI	NO. Unicidad exige Autosuficiencia Inteligible.	Actualmente falso. Existen otros entes.	Sólo con (M+) (Divinidad existe = Ente Realísimo)

La situación C) NO puede “convertirse” en B) pues entraría en contradicción con el Principio de Razón Suficiente: colección de entes contingentes con suficiencia inteligible incompleta. En cambio, C) sí se puede convertir en D), si desaparecen todos los entes contingentes. En todo caso, el Ente-ASI no es suprimible sin conflicto.

Argumento extra: D) no puede convertirse en A) porque supondría cambiar de alternativa en el Teorema de Hartshorne-Malcom. No es coherente saltar de alternativa (supone accidentalidad en la Divinidad) sabiendo ya que es válido el otro ramal.

Posibilidad efectiva (necesaria y suficiente) del Existir Subsistente:

La completitud inteligible de la realidad de entes con modo de existir accidental implica: un Ente-ASI (existe en el orden real y es único) = La Divinidad (se ejemplifica en el orden real) = el Existir Subsistente (es efectivamente posible).

Comentario F: El nervio del argumento consiste en que el Ente-ASI completa la suficiencia inteligible de los demás entes justo en los aspectos trascendentales del ser, “más allá” de las peculiaridades de los supuestos mundos posibles. Es inevitable el fracaso de los filósofos que han intentado culminar la prueba recurriendo al concepto de “Supremo de cada mundo posible”, porque se restringen y condicionan a las naturalezas de tales hipotéticos mundos (lo Supremo NO es un trascendental!!). El presente argumento se puede seguir llamando “ontológico”, aunque ya no sea “a priori”, porque sólo se basa en los trascendentales y primeros principios de la Metafísica. Nada más.

Epílogo:

Ni que decir tiene que en este ensayo ni se predica, ni se adoctrina, ni interesa. Estos razonamientos son de índole exclusivamente filosófica, y fueron motivados por investigar el sentido con el que Einstein asombraba a los fundadores de la mecánica cuántica hablando de la Divinidad en un plano científico. Claramente, tenía la firme convicción de que la realidad es inteligible (PRS sin exageraciones optimistas).

Tal giro “einsteiniano”, antítesis del giro “copernicano” idealista de Kant, conlleva que el existir de la Divinidad deviene condición de posibilidad de la mismísima Ciencia, pues

resulta – ineludiblemente - fundamento absoluto de la inteligibilidad (relativa) de todos y cada uno del resto de los seres. El término “relativo” no tiene matiz subjetivo alguno. Pienso que los antiguos sofistas no eran relativistas, sólo jugaban con las palabras. Aristóteles fue el primer gran relativista, en sentido metafísico: la potencialidad es relatividad en el corazón del ser...

Al fin, el PRS permite ofrecer al paciente lector la única respuesta racional a la pregunta raíz de toda ontología seria: ¿por qué hay algo en lugar de no haber nada?

Corolario final: si la realidad consistiese en un único ser, sólo podría tratarse del Ente-(ASI) Subsistente. Pues suficiencia inteligible completa (PRS) y única implica autosuficiencia. Unicidad del existir sólo es inteligible desde la Divinidad.

BIBLIOGRAFÍA (principal)

- [1] “¡Ajá!” *Paradojas que te hacen pensar*. Martin Gardner. RBA Ediciones.
- [2] *17 ecuaciones que cambiaron el mundo*. Ian Stewart. Booket Ciencia. Drakontos.
- [3] *Infinito, paradojas y principios*. Alejandro R. Garciadiego. Plaza y Valdés Eds.
- [4] *Crítica de la Razón Pura*. Inmanuel Kant. Ediciones Alfaguara.
- [5] *Lo grande, lo pequeño, y la mente humana*. Roger Penrose. Cambridge Univ.Press
- [6] *Introducción a la Metafísica*. Jean Grondin. Biblioteca Herder.
- [7] *Tratado de Metafísica* (2 vol). Ángel González Álvarez. Editorial Gredos.

I.E.S. ANTONIO DE MENDOZA



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36											
H	He	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr											
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe	Ba	La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu													
Fr	Ra	Ac	Rf	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn	Fr	Ra	Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	American	Lawrencium	Rutherfordium	Dubnium	Seaborgium	Berkelium	Californium	Einsteinium	Fermium	Mendelevium	Nobelium	Lutetium	Hassium	Meitnerium	Darmstadtium	Roentgenium	Copernicium	Nihonium	Flerovium	Oganesson

A2
TARIFA

2019 AÑO INTERNACIONAL de la TABLA PERIÓDICA de los ELEMENTOS QUÍMICOS

23 50,942 **V** vanadio

74 183,84 **W** wolframio

78 195,08 **Pt** platino

ESPAÑA **Correos** CIENCIA

© ICM-FNMT 2019